

Classes de Complexidade – Lista 4

01 – O problema de Roteamento de Veículos c/ Janelas de Tempo -RVJT (*Vehicle Routing with Time Windows*) pode ser definido da seguinte forma:

Seja $G=(V,E)$ um grafo conexo com $n+1$ vértices (ou clientes) a serem visitados em um intervalo de tempo pré-definido (janelas de tempo). Para cada aresta (i,j) de E temos um custo de transporte c_{ij} associado e a cada cliente k (para $k=1,...,n$) temos uma demanda d_k associada. Suponha que o vértice 0 represente um depósito contendo uma frota de K veículos de capacidade Q . O objetivo neste problema é atender a demanda de cada cliente dentro da respectiva janela de tempo minimizando simultaneamente o custo total de transporte e de maneira que a capacidade de cada veículo não seja violada. Sabendo que o problema do Caxeiro Viajante é NP-Árduo mostre que o RVJT é NP-Árduo.

02 – Mostre que os problemas de decisão abaixo pertencem a NP:

- (a) Seja S um vetor com n valores inteiros. No problema da *partição de conjuntos* desejamos saber se S pode ser particionado em *dois* subconjuntos A e $A'=S-A$ tal que, a soma dos elementos em A é igual a soma dos elementos em A' .
- (b) Considere um grafo $G=(V,E)$ qualquer (não-orientado) e k , um inteiro positivo. Um conjunto $V' \subseteq V$ define um conjunto independente se, e somente se, $\forall i,j \in V'$ tivermos $(i,j) \notin E$. No *Problema do Conjunto Independente* (versão decisão) desejamos saber se existe ou não um subconjunto V' de V de tamanho maior ou igual a k .
- (c) Considere novamente um grafo $G=(V,E)$ qualquer (não-orientado) e k , um inteiro positivo. Um conjunto $V' \subseteq V$ define um conjunto independente dominante se, e somente se, " $\forall i \in V \setminus V'$, existir $j \in V'$ tal que $(i,j) \in E$ ". No problema do *Menor Conjunto Independente Dominante* (*Minimum Independent Dominating Set*) na versão decisão desejamos saber se existe V' de tamanho menor ou igual a k .

03 – Novamente, mostre que os seguintes problemas (de decisão) estão em NP: (a) Cobertura de Vértices, (b) Clique, (c) Isomorfismo de Subgrafos, (d) Coloração, (e) Ciclo Hamiltoniano

04 - Responda S(sim) ou N (não) às seguintes questões justificando sua resposta abaixo.

- a) Se um problema de decisão é resolvido através de um algoritmo determinístico polinomial ele pertencerá à classe co-NP?
- b) Suponha que um problema (de decisão) p_1 é reduzido polinomialmente a um problema de decisão p_2 NP-Completo. Então concluímos diretamente que p_1 é NP-Completo?
- c) Suponha p_1 e p_2 , dois problemas NP-Completo. Se $p_1 \leq p_2$ então $p_2 \leq p_1$?
- d) Se um problema de decisão tem reconhecimento exponencial à resposta SIM ele não estará em NP?
- d) Se $P=NP$ um problema com cota inferior exponencial poderá pertencer à classe dos problemas NP-Completo?

- e) Se um problema (de decisão) p_2 NP-Completo é *extensão* de um problema de decisão p_1 (em NP) podemos concluir diretamente que p_1 é NP-Completo?
- f) Suponha que $P=NP$ (a conjectura é resolvida) . Poderemos ter algum problema em NP não pertencente a co-NP?
- g) Suponha novamente que $P=NP$. Um problema com cota inferior exponencial poderá pertencer à classe dos problemas NP-Completo?

05- Formule 3 problemas de decisão que sejam NP e co-NP simultaneamente.

06 - Mostre que os seguintes problemas são NP-completos: Cobertura de Vértices, Programação 0/1, Clique, Conjunto Independente.

- 07- a)** Sejam p_1 e p_2 dois problemas de decisão. Mostre que se $p_1 \leq p_2$ e $p_2 \in P$ então $p_1 \in P$.
b) Considere um problema de decisão π NP-Completo. Mostre que, se existir um algoritmo determinístico polinomial para π então $P=NP$.

08 – (Pesquisa) Mostre que os seguintes problemas são NP-difíceis: Caixeiro Viajante com Coleta de Prêmios (*Prize Collecting Traveling Salesman Problem*), Caixeiro Viajante com pontos de Entrega e Coleta (*Traveling Salesman Problem with Backhauls*), *Traveling Purchaser Problem*, Caixeiro Viajante Branco e Preto (*Black and White Traveling Salesman Problem*) (**Sugestão:** Pesquise o enunciado destes problemas na *internet* e mostre que todos são extensões do Caixeiro Viajante).