

1- **(4,0)** Sabendo que: **(1.1)** - Se for desejado calcular a integral pelo **Método de Simpson** entre os limites **a** e **b**, **[a,b]**, por pontos avaliados em **2n** intervalos de tamanho **h**, essa integral será aproximada pelo somatório de:

$$\frac{h}{3} \{y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 2y_{2n-2} + 4y_{2n-1} + y_{2n}\}$$

onde os índices **0,1,2,3,...,2n** são os limites correspondem aos pares $(x_0=a, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{2n}=b, y_{2n})$, sendo cada $y_i=f(x_i)$

$$|E_S| \leq \frac{h^4}{180} (b-a) M_4 \quad M_4 = \max_{a \leq x \leq b} |f^{(4)}(x)|$$

onde e f

(1.2)- O Limite Superior do erro pelo Método de Simpson é dado por:

⁽⁴⁾ é a derivada quarta de $f(x)$.

(1.3)- Se deseja aproximar a integral de $f(x)=x^5-x^3-3x^2+4x$ de -1 até 9 com precisão de **10** (*isto é algo que pode nunca ocorrer na realidade, mas é aqui usado apenas para se reduzir as contas*);

Pede-se: (1.a) Uma **explicação** de como você poderia, usando as equações do item (1.2) **definir o número de partes** que deve dividir o intervalo de **a** e **b**, i.e. -1 a 9.

(1.b) Uma aproximação desta integral pelo **Método de Simpson**.

(1.c) O erro obtido com número de divisões usado no Método de Simpson por você (i.e. em relação a integral definida correta deste polinômio).

2- **(3,0)** Considerando que para o conjunto de dados $\{(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}$ o polinômio interpolador de Lagrange é dado por

$$p(x) = y_0 \cdot L_0(x) + y_1 \cdot L_1(x) + \dots + y_n \cdot L_n(x) \quad \text{com} \quad L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)\dots(x_0-x_n)}$$

(2.a) Diga **quantos pontos você precisa usar para interpolar** o polinômio da função inicial da questão anterior por Lagrange. (2.b) Escolha um grupo de pontos e a interpole. (2.c) Escolha 2 outros pontos quaisquer da sua tabela da Questão 1 e calcule o erro dentre esses pontos aproximados por Lagrange e os originais definidos por $f(x)$. (2.d) Qual o **erro médio obtido na interpolação** por Lagrange considerando esses pontos.

3- **(3,0)** Considere o sistema de equações formado pela reta $y=x+1$ e pela parábola $y=4x^2$

(3.a) Através da atribuição de alguns pontos, faça um esboço das duas no mesmo sistema de eixos (X,Y).

Depois (3.b) diga como seriam os passos da busca pelos pontos de interseção entre a reta e a parábola pelo **método de Newton-Raphson**. Como a solução é muito dependente do ponto inicial do sistema iterativo responda, fazendo pelo menos algumas iterações se o sistema converge para uma das raízes se o “chute” for (3.c) $x=y=1/2$ e se for (3.d) $x=y=0$?

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Lembre que: (3.1)

(3.2) O método de Newton-Raphson em sistemas de equações não lineares é uma generalização do método para

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

uma equação e que pode ser escrito como: , desde que sejam usadas as derivadas parciais das funções, (o Jacobiano) substitui f' , na equação acima.