Teoria dos Grafos

Profª Loana Tito Nogueira

Bibliografia

1. J. L. Szwarcfiter. Grafos e Algoritmos Computacionais. Editora Campus. 1988
2. P. O Boaventura Neto. Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos. Editora Edgard Blücher Ltda, 1996.
3. F. Harary. Graph Theory, Perseus, 1969.
4. J. A Bondy, U. S. R. Murty. Graph Theory with applications. Elsevier, 1976.

Bibliografia

1. J. L. Szwarcfiter. Grafos e Algoritmos Computacionais. Editora Campus. 1988
2. P. O Boaventura Neto. Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos. Editora Edgard Blücher Ltda, 1996.
3. F. Harary. Graph Theory, Perseus, 1969.
4. J. A Bondy, U. S. R. Murty. Graph Theory with applications. Elsevier, 1976.

Motivação

Motivação

- Por que estudar grafos?

Motivação

- Por que estudar grafos?
  - Importante ferramenta matemática com aplicação em diversas áreas do conhecimento
  - Utilizados na definição e/ou resolução de problemas
  - Existem centenas de problemas computacionais que empregam grafos com sucesso.

Motivação

- Por que estudar grafos?
  - Importante ferramenta matemática com aplicação em diversas áreas do conhecimento
  - Utilizados na definição e/ou resolução de problemas
  - Existem centenas de problemas computacionais que empregam grafos com sucesso.

Motivação

- Por que estudar grafos?
  - Importante ferramenta matemática com aplicação em diversas áreas do conhecimento
  - Utilizados na definição e/ou resolução de problemas
  - Existem centenas de problemas computacionais que empregam grafos com sucesso.

Motivação

- Por que estudar grafos?
  - Importante ferramenta matemática com aplicação em diversas áreas do conhecimento
  - Utilizados na definição e/ou resolução de problemas
  - Existem centenas de problemas computacionais que empregam grafos com sucesso.

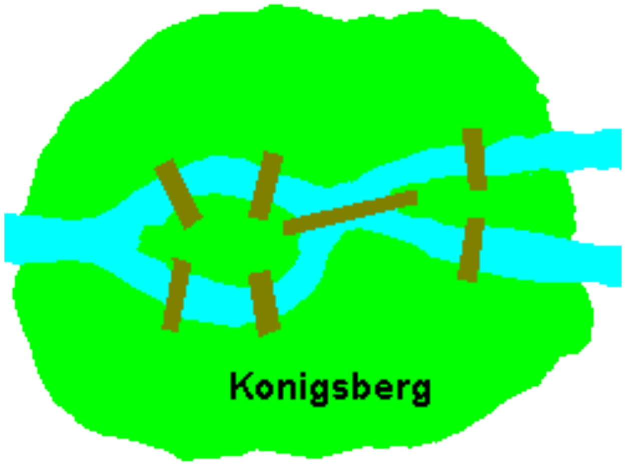
As pontes de Königsberg

As pontes de Königsberg

Em Königsber, Alemanha, um rio que passava pela Cidade tinha uma ilha e, logo depois de passar por essa ilha se bifurcava em 2 ramos. Nessa região existiam 7 pontes, como mostra a figura.

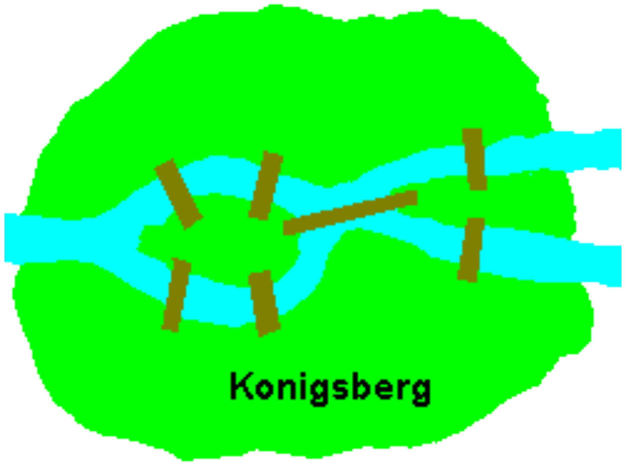
As pontes de Königsberg

Em Königsber, Alemanha, um rio que passava pela Cidade tinha uma ilha e, logo depois de passar por essa ilha se bifurcava em 2 ramos. Nessa região existiam 7 pontes, como mostra a figura.



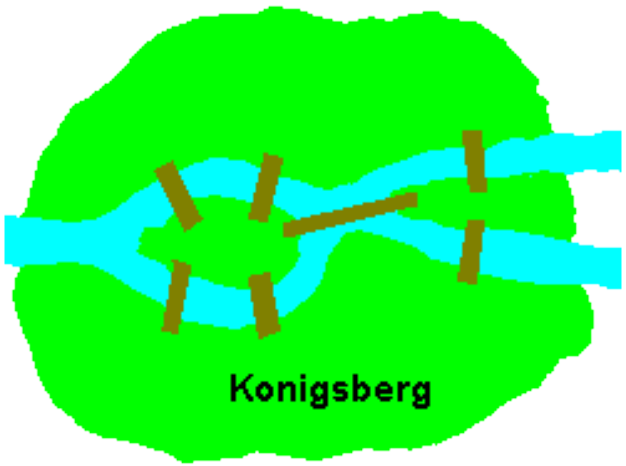
As pontes de Königsberg

É possível andar por toda a cidade de tal modo que cada ponte seja atravessada exatamente uma vez?

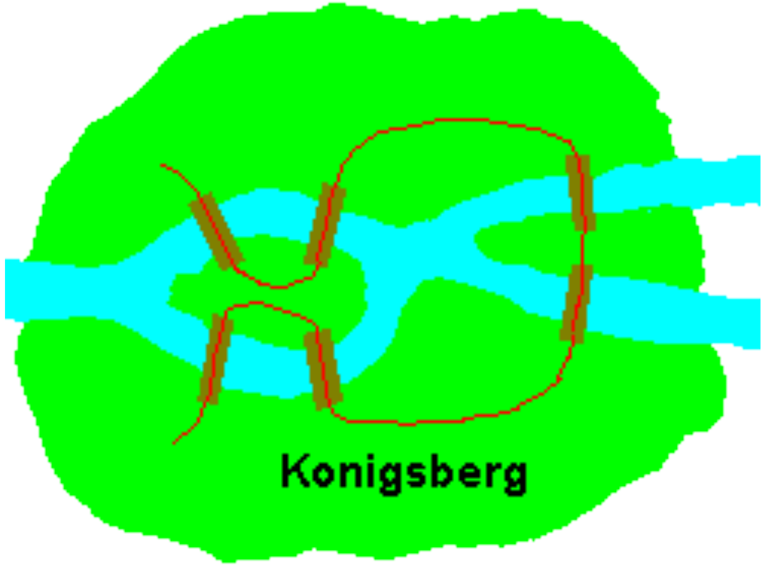


As pontes de Königsberg

Não é possível !!!!!

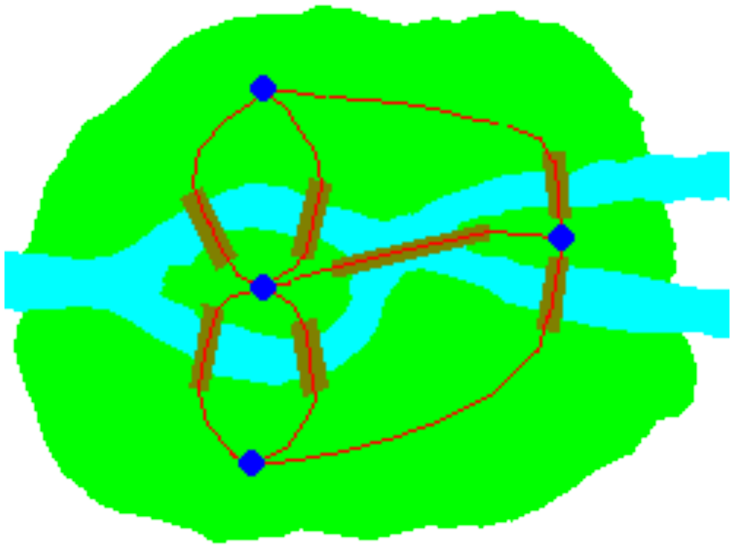


As pontes de Königsberg

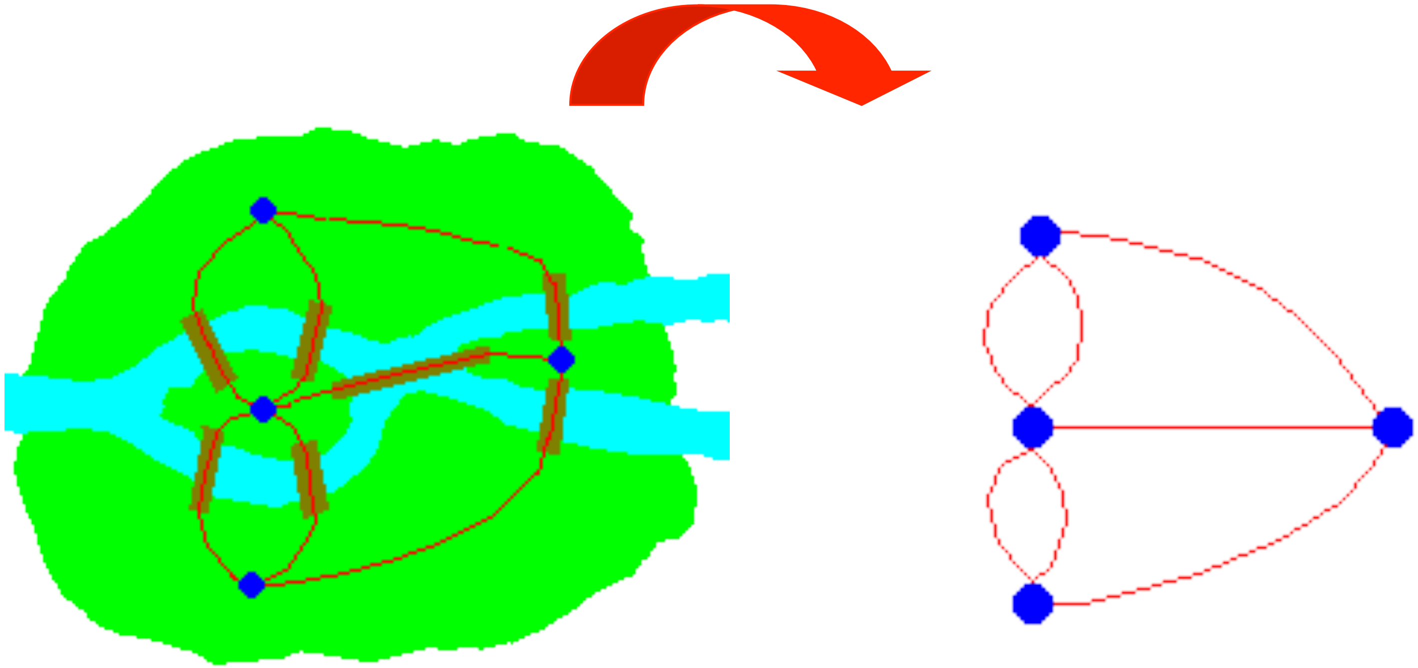


Remodelando o problema

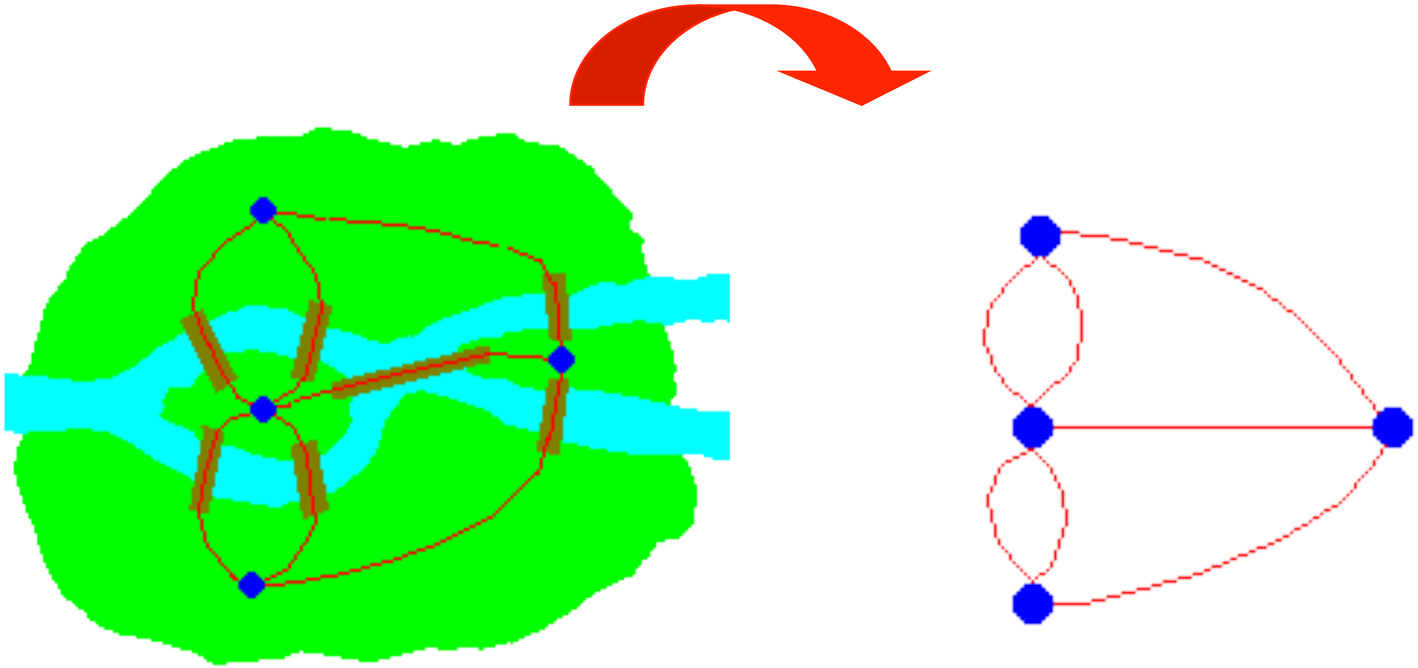
Remodelando o problema



Remodelando o problema



Remodelando o problema

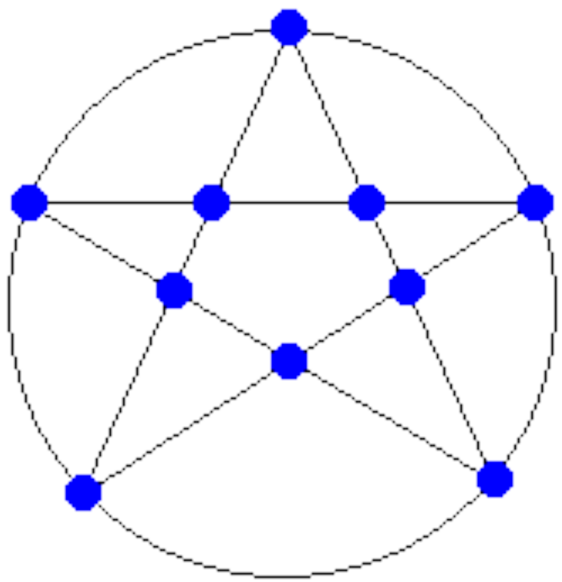


O problema agora consiste em percorrer todos os arcos, passando por cada um apenas uma vez, sem levantar o lápis do papel.

Teoria de Grafos

Na teoria de grafos, um caminho completo com as propriedades descritas acima de não retraçar nenhum arco é chamado de TRAJETÓRIA de EULER

Outro Exemplo:



Será que existe alguma trajetória de Euler para o gráfico ao lado? Se existir, como ela é?

Ementa do Curso

- Grafos e Subgrafos
- Árvores
- Conectividade
- Ciclo Hamiltoniano e Caminho Euleriano
- Emparelhamento
- Coloração de Arestas
- Conjuntos Independentes e Cliques
- Coloração de Vértices
- Grafos Planares
- Grafos Direcionados

Avaliação:

- Listas de Exercícios
- 2 Avaliações: PR_1 e PR_2
- Trabalho (Alunos de Doutorado)

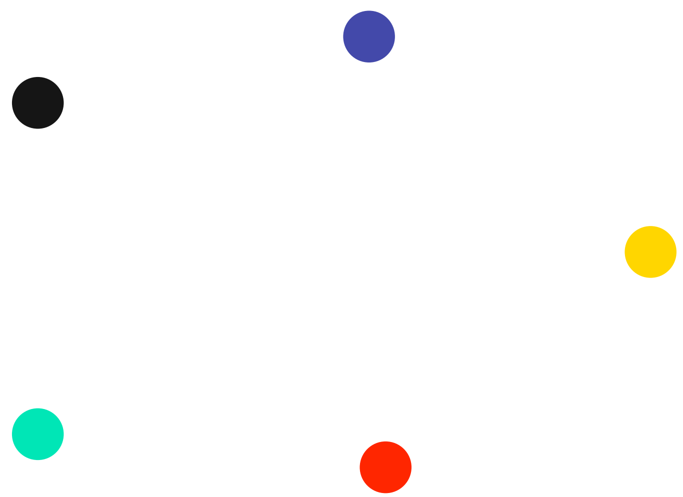
PR_1: 24/05

PR_2: 17/07

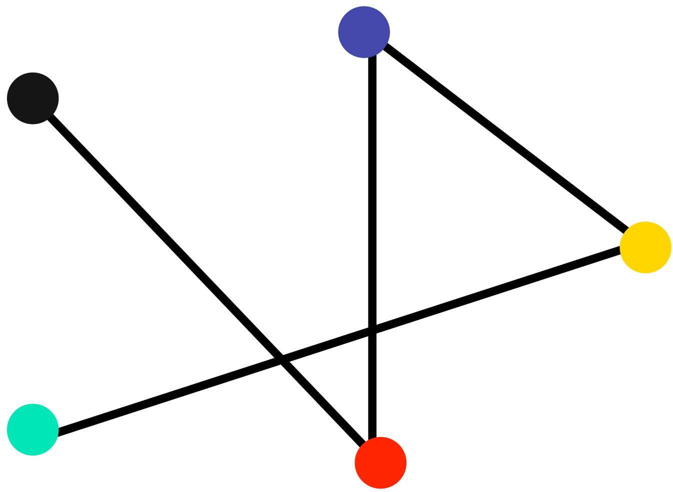
Final: 19/07

Grafos e Subgrafos

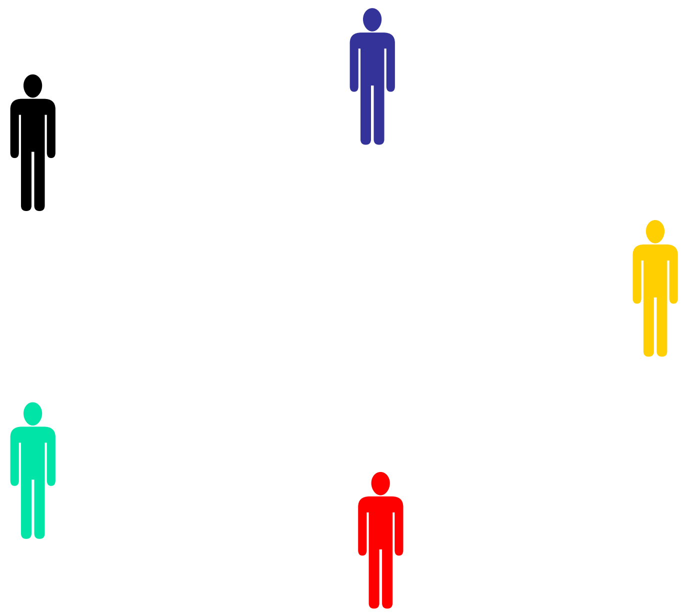
Grafos e Subgrafos



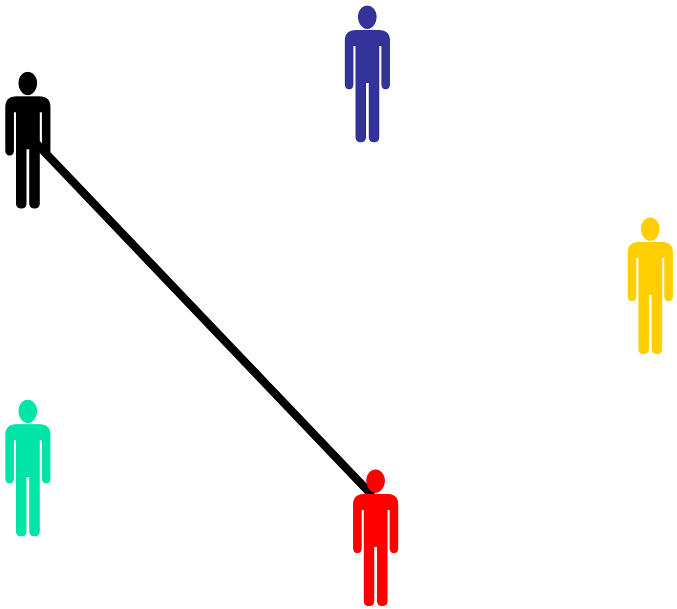
Grafos e Subgrafos



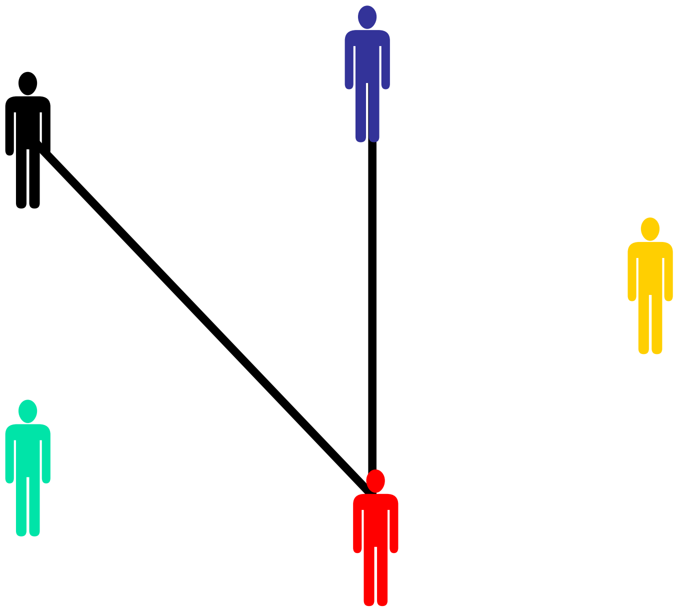
Grafos e Subgrafos



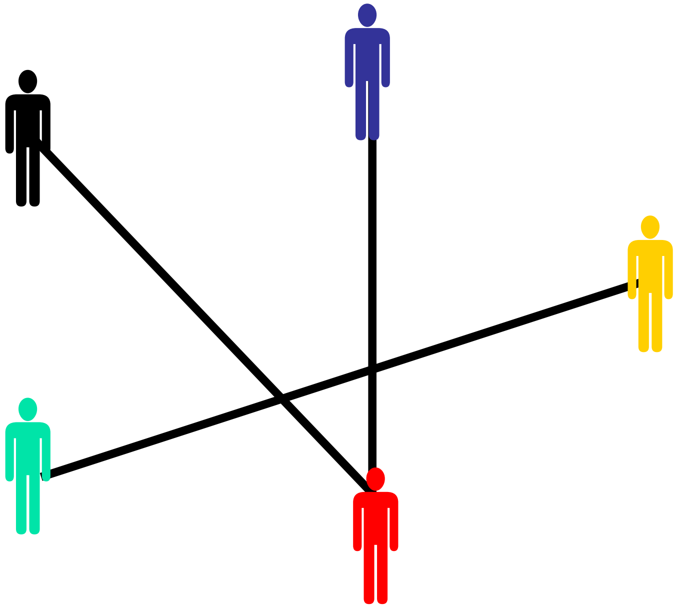
Grafos e Subgrafos



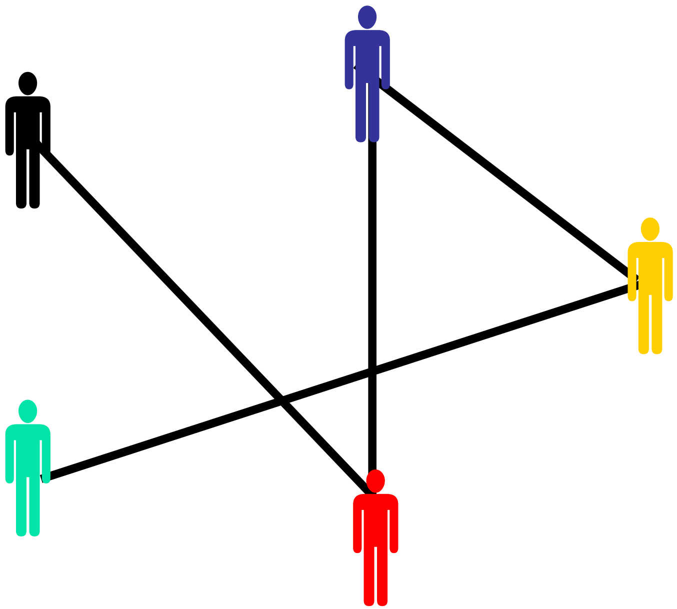
Grafos e Subgrafos



Grafos e Subgrafos



Grafos e Subgrafos



Definição

$$G=(V(G), E(G), \psi_G)$$

Definição

$$G=(V(G), E(G), \psi_G)$$

Conjunto não vazio
de vértices

Definição

$$G=(V(G), E(G), \psi_G)$$

Conjunto não vazio de vértices

Conjunto disjunto de V(G), chamado arestas

Definição

$$G=(V(G),\ E(G),\ \psi_G)$$

Conjunto não vazio de vértices

Conjunto disjunto de V(G), chamado arestas

Função que associa cada aresta de G um par de vértices de G

Definição

$$G=(V(G), E(G), \psi_G)$$

Conjunto não vazio de vértices

Conjunto disjunto de V(G), chamado arestas

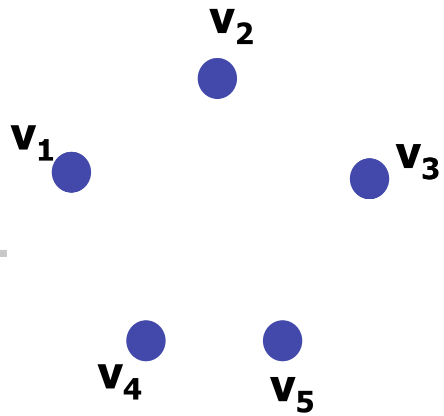
Função que associa cada aresta de G um par de vértices de G

Se e=(u,v) então dizemos que **e** une **u** e **v**
(u e v são ditos **extremos** de e)

Exemplo$_1$:

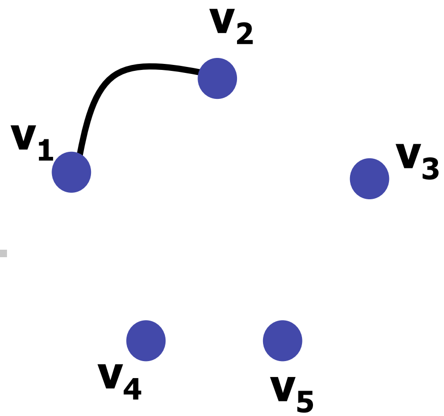
- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$

Exemplo$_1$:



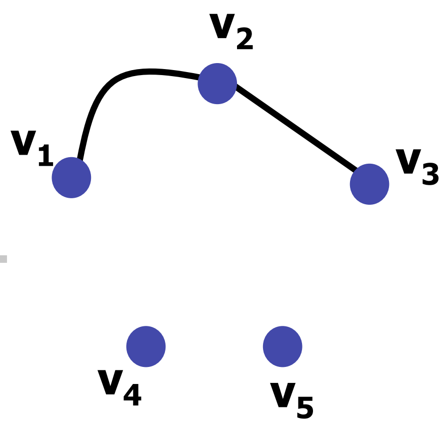
- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7 , e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$

Exemplo$_1$:



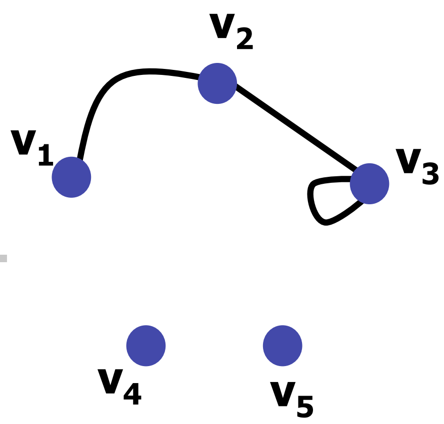
- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$

Exemplo$_1$:



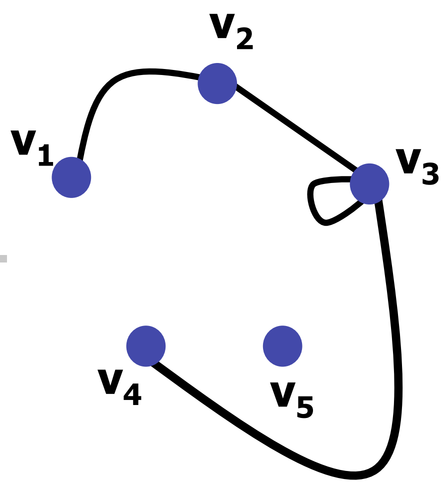
- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$

Exemplo$_1$:



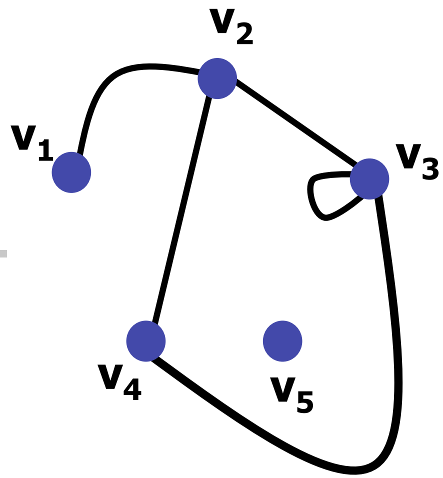
- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7 , e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$

Exemplo$_1$:



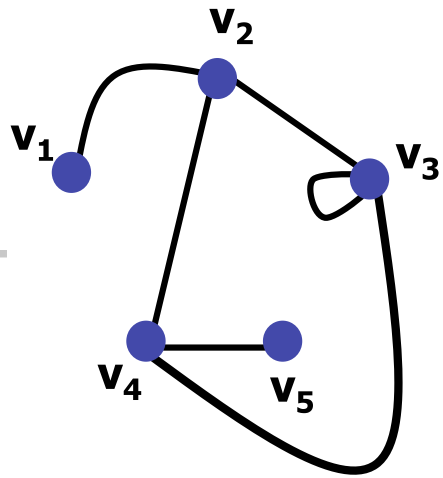
- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$

Exemplo$_1$:



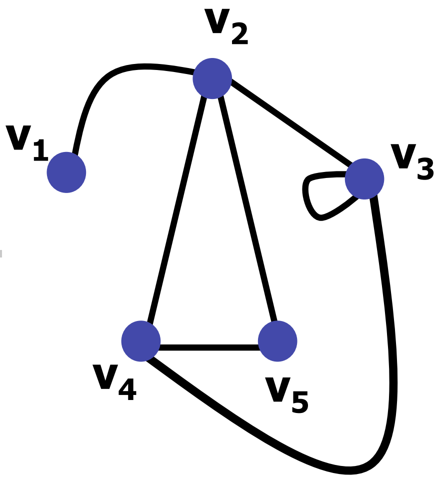
- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$

Exemplo$_1$:



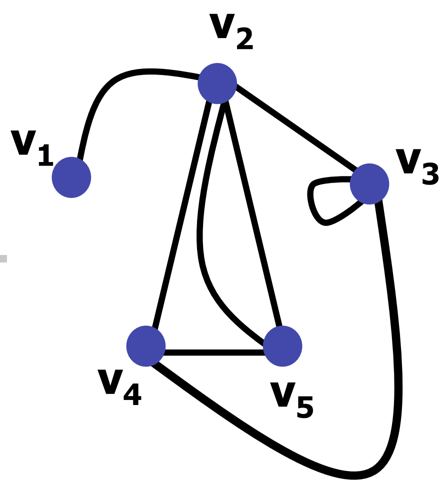
- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$

Exemplo$_1$:



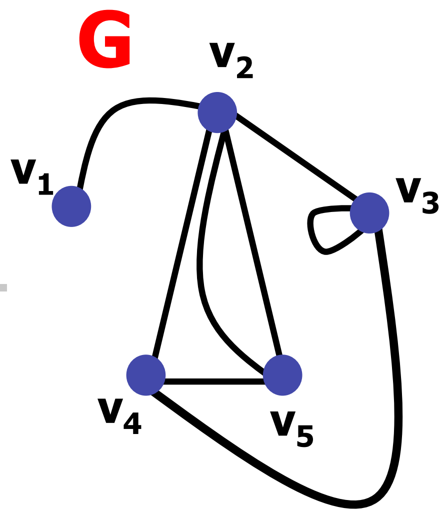
- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$

Exemplo$_1$:



- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$

Exemplo$_1$:

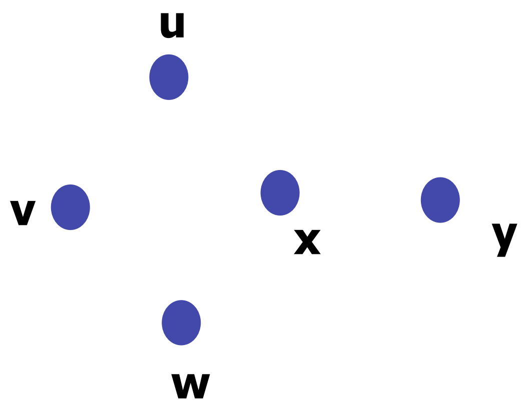


- $G=(V(G), E(G), \psi_G)$, onde
  - $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
  - $E(G)=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(e_1)= (v_1, v_2)$, $\psi_G(e_2)= (v_2, v_3)$,
    - $\psi_G(e_3)= (v_3, v_3)$, $\psi_G(e_4)= (v_3, v_4)$,
    - $\psi_G(e_5)= (v_2, v_4)$, $\psi_G(e_6)= (v_4, v_5)$,
    - $\psi_G(e_7)= (v_2, v_5)$, $\psi_G(e_8)= (v_2, v_5)$

Exemplo$_2$:

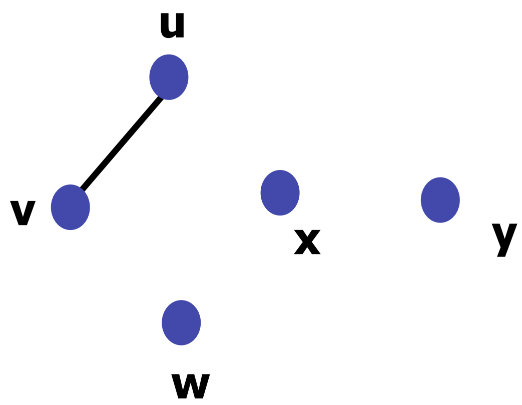
- $H=(V(H), E(H), \psi_H)$, onde
  - $V(H) = \{u, v, w, x, y\}$
  - $E(H)=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(a)= (u, v)$, $\psi_G(b)= (u, u)$,
    - $\psi_G(c)= (v, w)$, $\psi_G(d)= (w, x)$,
    - $\psi_G(e)= (v, x)$, $\psi_G(f)= (w, x)$,
    - $\psi_G(g)= (u, x)$, $\psi_G(h)= (x, y)$

Exemplo$_2$:



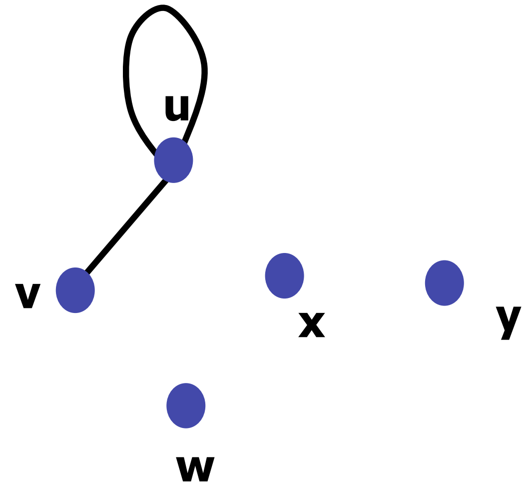
- $H=(V(H), E(H), \psi_H)$, onde
  - $V(H) = \{u, v, w, x, y\}$
  - $E(H)=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(a)= (u, v)$, $\psi_G(b)= (u, u)$,
    - $\psi_G(c)= (v, w)$, $\psi_G(d)= (w, x)$,
    - $\psi_G(e)= (v, x)$, $\psi_G(f)= (w, x)$,
    - $\psi_G(g)= (u, x)$, $\psi_G(h)= (x, y)$

Exemplo$_2$:



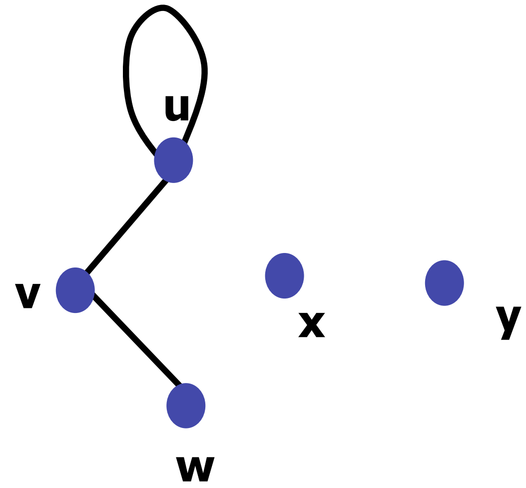
- H=(V(H), E(H), ψ_H), onde
  - V(H) ={u, v, w, x, y}
  - E(H)={a, b, c, d, e, f, g, h}
  - ψ_G :
    - ψ_G(a)= (u, v), ψ_G(b)= (u, u),
    - ψ_G(c)= (v, w), ψ_G(d)= (w, x),
    - ψ_G(e)= (v, x), ψ_G(f)= (w, x),
    - ψ_G(g)= (u, x), ψ_G(h)= (x, y)

Exemplo$_2$:



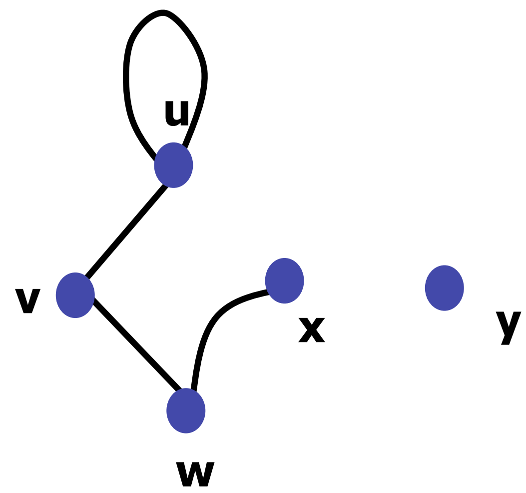
- $H=(V(H), E(H), \psi_H)$, onde
  - $V(H) = \{u, v, w, x, y\}$
  - $E(H)=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(a)= (u, v)$, $\psi_G(b)= (u, u)$,
    - $\psi_G(c)= (v, w)$, $\psi_G(d)= (w, x)$,
    - $\psi_G(e)= (v, x)$, $\psi_G(f)= (w, x)$,
    - $\psi_G(g)= (u, x)$, $\psi_G(h)= (x, y)$

Exemplo$_2$:



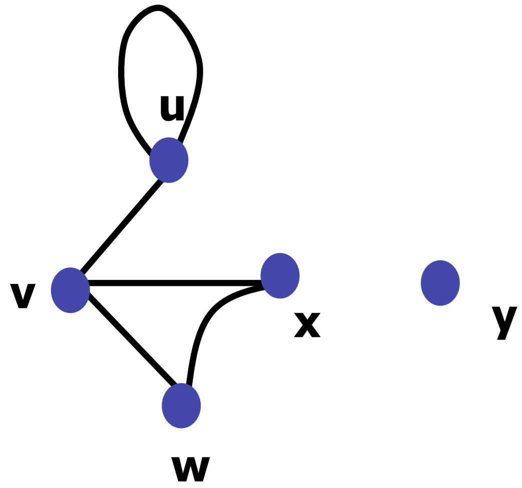
- H=(V(H), E(H), ψ_H), onde
  - V(H) ={u, v, w, x, y}
  - E(H)={a, b, c, d, e, f, g, h}
  - ψ_G :
    - ψ_G(a)= (u, v), ψ_G(b)= (u, u),
    - ψ_G(c)= (v, w), ψ_G(d)= (w, x),
    - ψ_G(e)= (v, x), ψ_G(f)= (w, x),
    - ψ_G(g)= (u, x), ψ_G(h)= (x, y)

Exemplo$_2$:



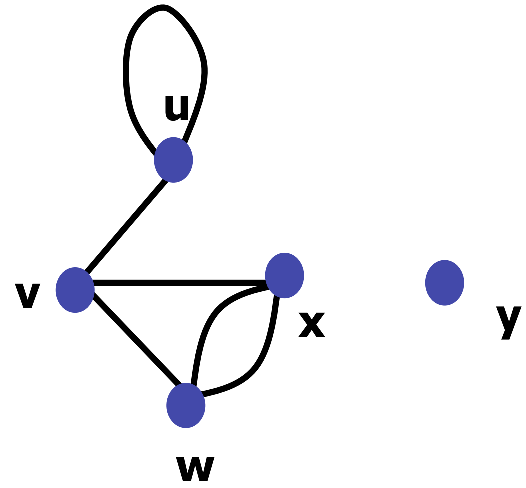
- H=(V(H), E(H), ψ_H), onde
  - V(H) ={u, v, w, x, y}
  - E(H)={a, b, c, d, e, f, g, h}
  - ψ_G :
    - ψ_G(a)= (u, v), ψ_G(b)= (u, u),
    - ψ_G(c)= (v, w), ψ_G(d)= (w, x),
    - ψ_G(e)= (v, x), ψ_G(f)= (w, x),
    - ψ_G(g)= (u, x), ψ_G(h)= (x, y)

Exemplo$_2$:



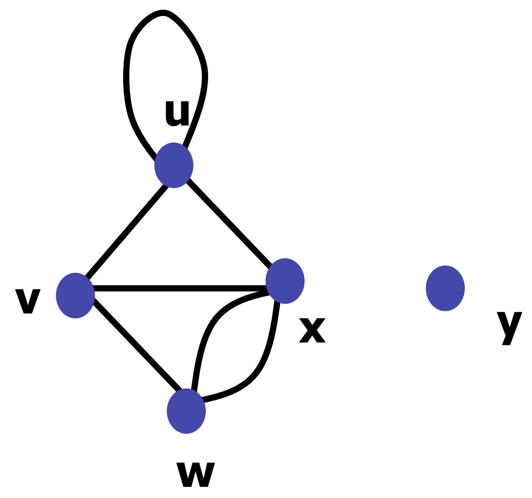
- H=(V(H), E(H), ψ_H), onde
  - V(H) ={u, v, w, x, y}
  - E(H)={a, b, c, d, e, f, g, h}
  - ψ_G :
    - ψ_G(a)= (u, v), ψ_G(b)= (u, u),
    - ψ_G(c)= (v, w), ψ_G(d)= (w, x),
    - ψ_G(e)= (v, x), ψ_G(f)= (w, x),
    - ψ_G(g)= (u, x), ψ_G(h)= (x, y)

Exemplo$_2$:



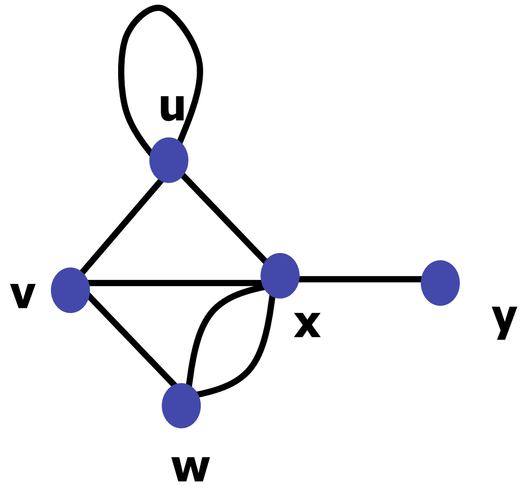
- $H=(V(H), E(H), \psi_H)$, onde
  - $V(H) =\{u, v, w, x, y\}$
  - $E(H)=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(a)= (u, v)$, $\psi_G(b)= (u, u)$,
    - $\psi_G(c)= (v, w)$, $\psi_G(d)= (w, x)$,
    - $\psi_G(e)= (v, x)$, $\psi_G(f)= (w, x)$,
    - $\psi_G(g)= (u, x)$, $\psi_G(h)= (x, y)$

Exemplo$_2$:



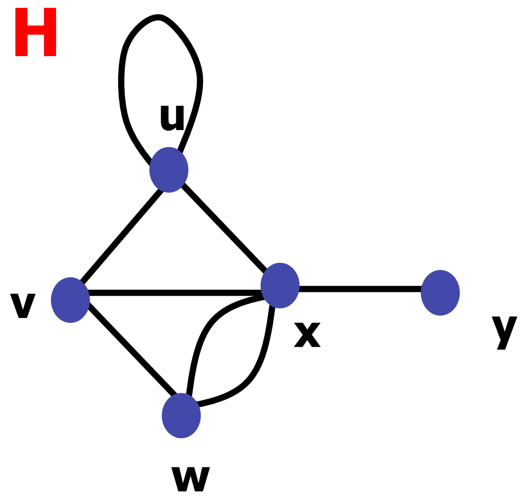
- $H=(V(H), E(H), \psi_H)$, onde
  - $V(H) = \{u, v, w, x, y\}$
  - $E(H)=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(a)= (u, v)$, $\psi_G(b)= (u, u)$,
    - $\psi_G(c)= (v, w)$, $\psi_G(d)= (w, x)$,
    - $\psi_G(e)= (v, x)$, $\psi_G(f)= (w, x)$,
    - $\psi_G(g)= (u, x)$, $\psi_G(h)= (x, y)$

Exemplo$_2$:



- H=(V(H), E(H), ψ_H), onde
  - V(H) ={u, v, w, x, y}
  - E(H)={a, b, c, d, e, f, g, h}
  - ψ_G :
    - ψ_G(a)= (u, v), ψ_G(b)= (u, u),
    - ψ_G(c)= (v, w), ψ_G(d)= (w, x),
    - ψ_G(e)= (v, x), ψ_G(f)= (w, x),
    - ψ_G(g)= (u, x), ψ_G(h)= (x, y)

Exemplo$_2$:



- $H=(V(H), E(H), \psi_H)$, onde
  - $V(H) = \{u, v, w, x, y\}$
  - $E(H)=\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$
  - ψ_G :
    - $\psi_G(a)= (u, v)$, $\psi_G(b)= (u, u)$,
    - $\psi_G(c)= (v, w)$, $\psi_G(d)= (w, x)$,
    - $\psi_G(e)= (v, x)$, $\psi_G(f)= (w, x)$,
    - $\psi_G(g)= (u, x)$, $\psi_G(h)= (x, y)$

Observações

Observações

- Grafos são assim chamados por poderem ser representados graficamente

Observações

- Grafos são assim chamados por poderem ser representados graficamente
- Existe uma única maneira de desenhar um grafo?

Observações

- Duas arestas num diagrama de um grafo podem se interceptar num ponto que não é um vértice

Observações

- Duas arestas num diagrama de um grafo podem se interceptar num ponto que não é um vértice

Grafos que possuem uma representação em que as aresta se interceptem apenas em seus extremos são chamados planares

Definições e Conceitos

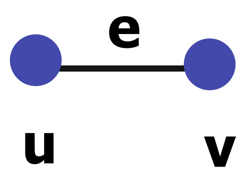
Definições e Conceitos

- Os extremos de uma aresta são ditos incidentes com a aresta, e vice-versa.

Definições e Conceitos

- Os extremos de uma aresta são ditos incidentes com a aresta, e vice-versa.

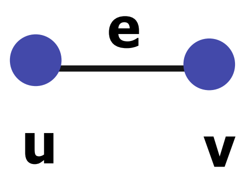
Ex.:



Definições e Conceitos

- Os extremos de uma aresta são ditos incidentes com a aresta, e vice-versa.

Ex.:

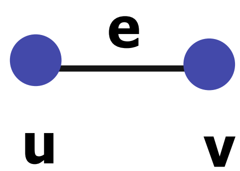


u e v são incidentes a e

Definições e Conceitos

- Os extremos de uma aresta são ditos incidentes com a aresta, e vice-versa.

Ex.:



u e v são incidentes a e

(e é incidente a u e a v)

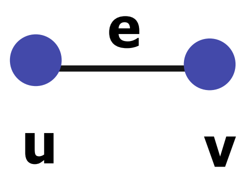
Definições e Conceitos

- Dois vértices que são incidentes a uma mesma aresta são ditos adjacentes.

Definições e Conceitos

- Dois vértices que são incidentes a uma mesma aresta são ditos adjacentes.

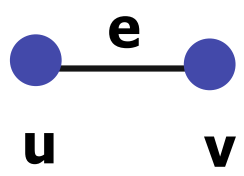
Ex.:



Definições e Conceitos

- Dois vértices que são incidentes a uma mesma aresta são ditos adjacentes.

Ex.:

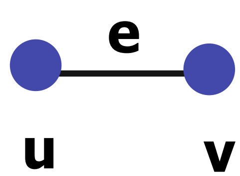


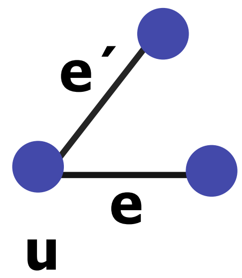
u e v são adjacentes

Definições e Conceitos

- Dois vértices que são incidentes a uma mesma aresta são ditos adjacentes.

Ex.:



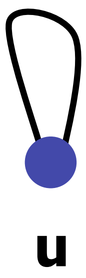


u e v são adjacentes

e *e* e´são adjacentes

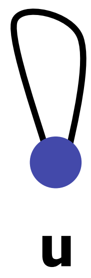
Definições e Conceitos

- Loop: uma aresta com extremos idênticos

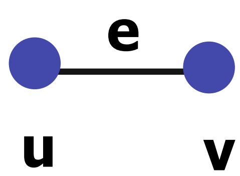


Definições e Conceitos

- Loop: uma aresta com extremos idênticos

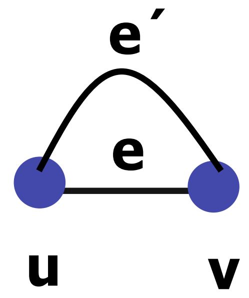


- Link: aresta com extremos diferentes



Definições e Conceitos

- Aresta Múltipla: links com mesmos extremos



Definições e Conceitos

- Um grafo é finito se V(G) e E(G) são finitos

Definições e Conceitos

- Um grafo é finito se V(G) e E(G) são finitos
  - Estudaremos apenas grafos finitos.

Definições e Conceitos

- Um grafo é finito se V(G) e E(G) são finitos
  - Estudaremos apenas grafos finitos.
- Grafos com apenas um vértice são ditos triviais.

Definições e Conceitos

- Um grafo é finito se V(G) e E(G) são finitos
  - Estudaremos apenas grafos finitos.
- Grafos com apenas um vértice são ditos triviais.
- Um grafo é simples se não possuir loops e arestas múltiplas.

Notação

- G: Grafo com conjunto de vértices V(G) e conjunto de arestas E(G).

- n: número de vértices de G
- m: número de arestas de G

Exercício:

- 1. Mostre que se G é um grafo simples, então

$$m \leq \binom{n}{2}$$

Isomorfismo entre Grafos

Isomorfismo entre Grafos

- Dois grafos G e H são idênticos se
  - V(G)=V(H);
  - E(G)=E(H);
  - $\psi_G = \psi_H$

Isomorfismo entre Grafos

- Dois grafos G e H são idênticos se
  - $V(G)=V(H)$;
  - $E(G)=E(H)$;
  - $\psi_G = \psi_H$

Grafos idênticos podem ser representados por um mesmo diagrama

Isomorfismo entre Grafos

- Um isomorfismo entre dois grafos é uma bijeção f de V(G) em V(H) tal que

Isomorfismo entre Grafos

- Um isomorfismo entre dois grafos é uma bijeção f de V(G) em V(H) tal que

$$(u,v) \in V(G) \iff (f(u),f(v)) \in V(H)$$

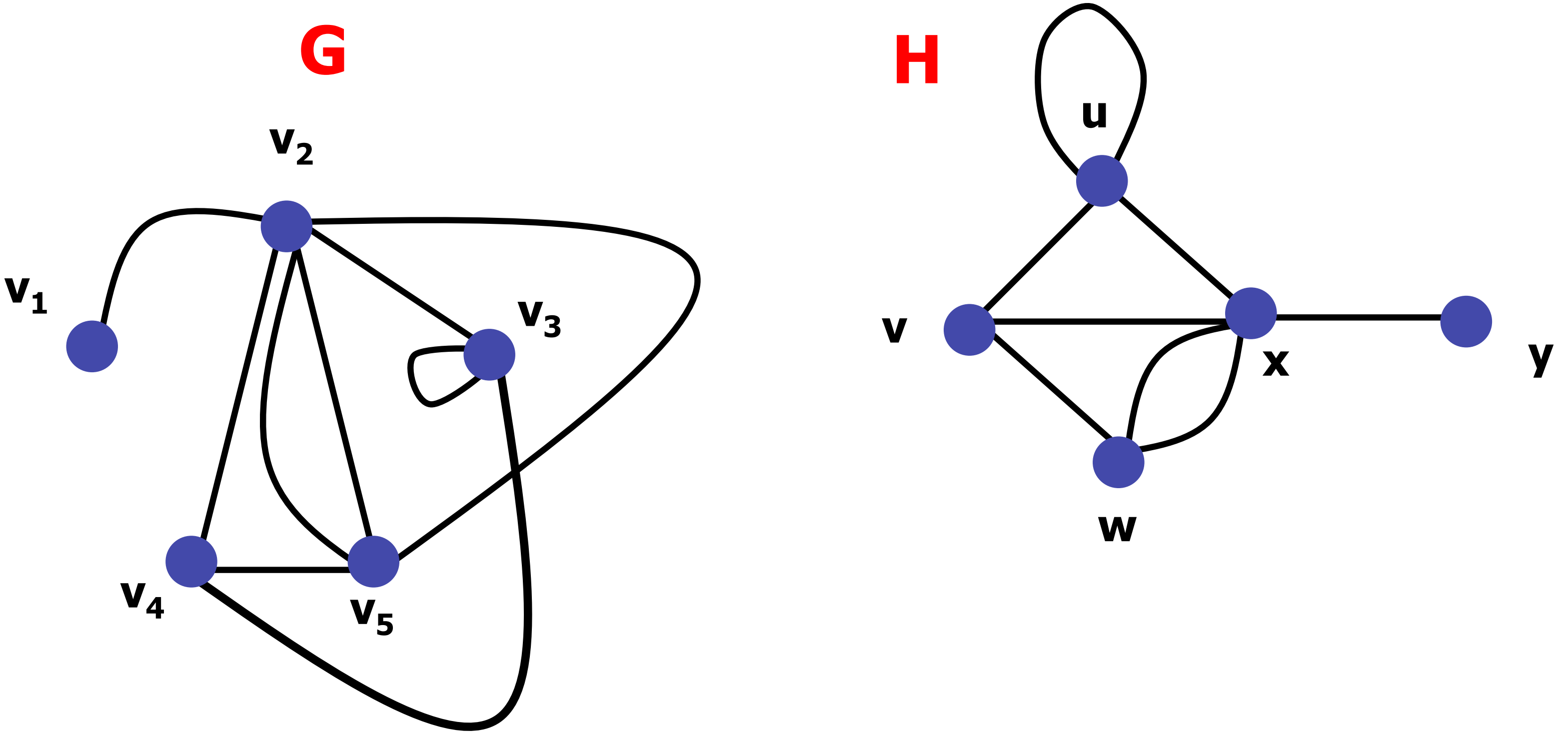
Isomorfismo entre Grafos

- Um isomorfismo entre dois grafos é uma bijeção f de V(G) em V(H) tal que

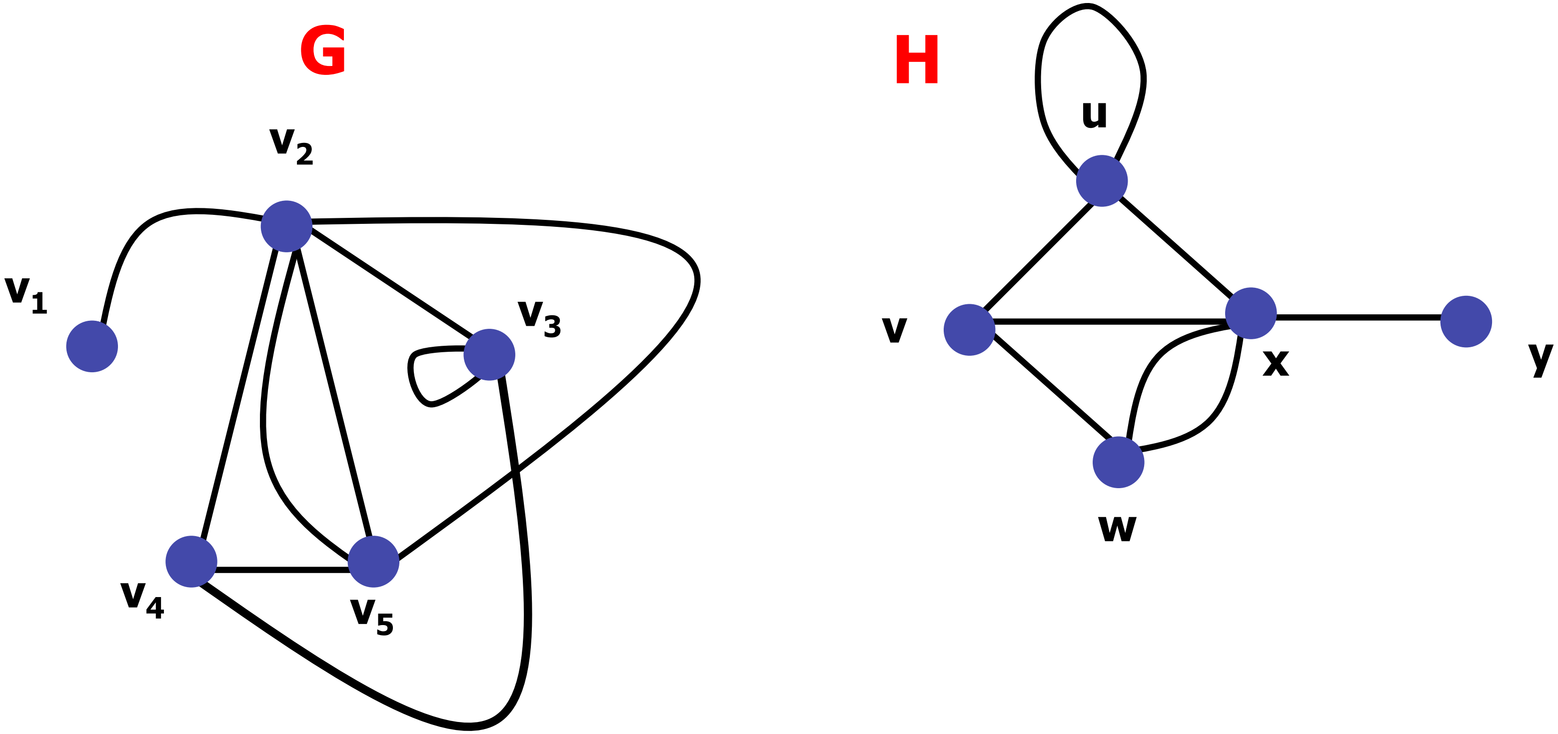
$$(u,v) \in V(G) \Leftrightarrow (f(u),f(v)) \in V(H)$$

- É possível alterar o nome dos vértices de um deles de forma que fiquem iguais.

Exemplo: G ≅ H ?



Exemplo: G ≅ H ?



Para mostrar que dois grafos são isomorfos, devemos indicar um isomorfismo entre eles.

Classes especiais de grafos

Classes especiais de grafos

- Grafo Completo: grafo simples em que cada par de vértices distintos possui um aresta.

Classes especiais de grafos

- Grafo Completo: grafo simples em que cada par de vértices distintos possui um aresta.

A menos de isomorfismo, existe apenas um grafo completo com n vértices, denotado por K_n

Classes especiais de grafos

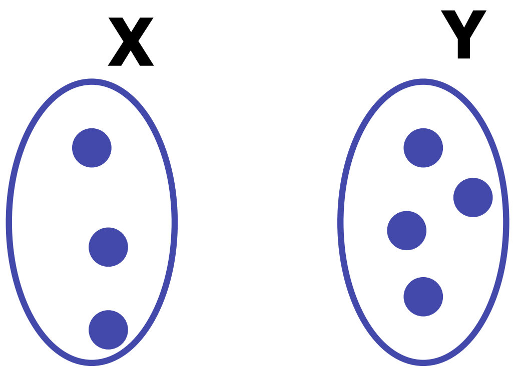
- Grafo Vazio: é um grafo sem arestas.

Classes especiais de grafos

- Grafo Bipartido: é aquele em que o conjunto de vértices pode ser particionado em dois subconjuntos X e Y, tal que cada aresta tem um extremo em X e um em Y.

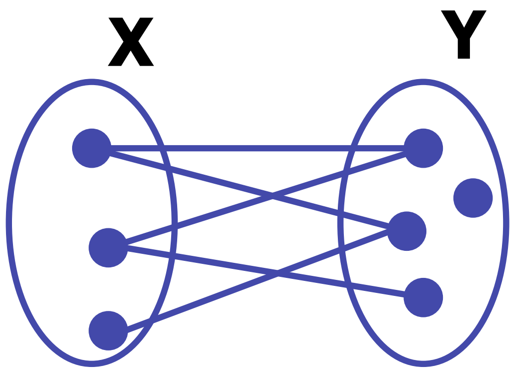
Classes especiais de grafos

- Grafo Bipartido: é aquele em que o conjunto de vértices pode ser particionado em dois subconjuntos X e Y, tal que cada aresta tem um extremo em X e um em Y.



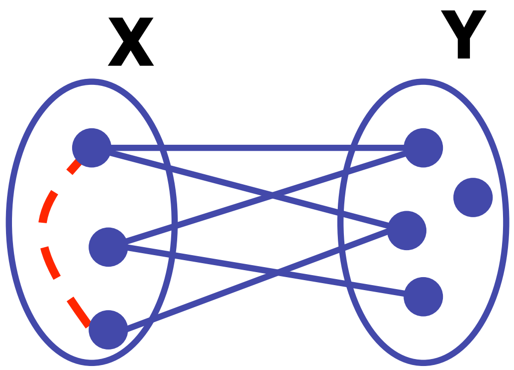
Classes especiais de grafos

- Grafo Bipartido: é aquele em que o conjunto de vértices pode ser particionado em dois subconjuntos X e Y, tal que cada aresta tem um extremo em X e um em Y.



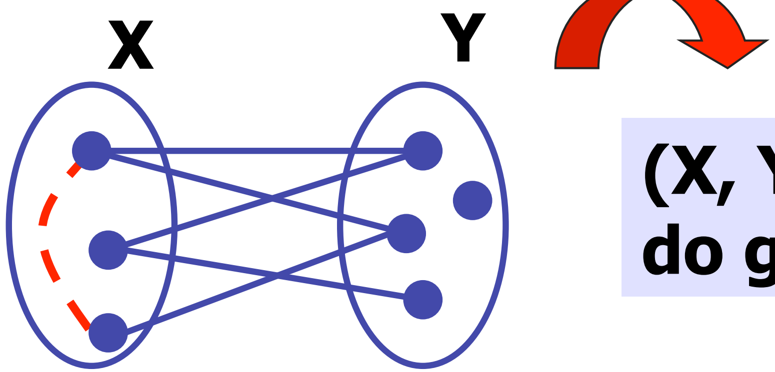
Classes especiais de grafos

- Grafo Bipartido: é aquele em que o conjunto de vértices pode ser particionado em dois subconjuntos X e Y, tal que cada aresta tem um extremo em X e um em Y.



Classes especiais de grafos

- Grafo Bipartido: é aquele em que o conjunto de vértices pode ser particionado em dois subconjuntos X e Y, tal que cada aresta tem um extremo em X e um em Y.



(X, Y) é um bipartição do grafo

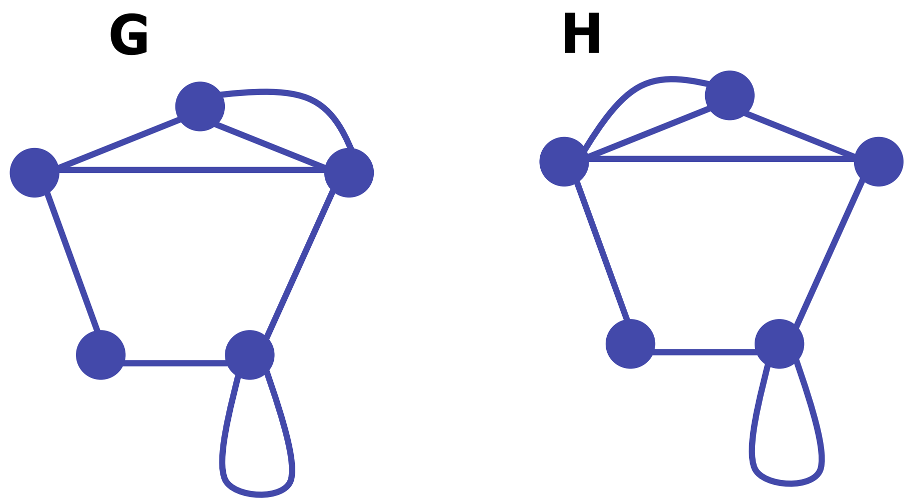
Classes especiais de grafos

- Grafo Bipartido Completo: é um grafo bipartido com bipartição (X, Y) em que cada vértice de X é adjacente a cada vértice de Y.

- Se |X|=m e |Y|=n, então denotamos tal grafo por $\mathbf{K_{m,n}}$

Exercícios

1. Mostre que os seguintes grafos não são isomorfos:



Exercícios

2. Mostre que $m(K_{m,n}) = mn$.

3. Se G é simples e bipartido, então

$$m \leq n^2/4 \text{ (m: \#arestas, n: \#vértices)}$$