

Análise e Projeto de Algoritmos

Loana Tito Nogueira

Elemento Mínimo de um conjunto

Entrada: Um conjunto $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ com n elementos comparáveis

Saída: O elemento mínimo de S : $\min(S)$

Elemento Mínimo de um conjunto

Entrada: Um conjunto $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ com n elementos comparáveis

Saída: O elemento mínimo de S : $\min(S)$

Algoritmo $\text{Min}(S)$

$\text{min} := s_1$

Para $i := 2, \dots, n$ faça

 se $s_i < \text{min}$ então $\text{min} := s_i$

Retorne min

Elemento Mínimo de um conjunto

Entrada: Um conjunto $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ com n elementos comparáveis

Saída: O elemento mínimo de S : $\min(S)$

Algoritmo $\text{Min}(S)$

$\text{min} := s_1$

Para $i := 2, \dots, n$ faça

 se $s_i < \text{min}$ então $\text{min} := s_i$

Retorne min

$O(n)$

Teorema: O problema de encontrar o mínimo de um conjunto S requer pelo menos $n-1$ comparações

Seja um algoritmo genérico que resolve o problema.

Teorema: O problema de encontrar o mínimo de um conjunto S requer pelo menos $n-1$ comparações

Seja um algoritmo genérico que resolve o problema.

Após a i -ésima comparação, o conjunto S pode ser particionado em 2 subconjuntos, a saber:

Teorema: O problema de encontrar o mínimo de um conjunto S requer pelo menos $n-1$ comparações

Seja um algoritmo genérico que resolve o problema.

Após a i -ésima comparação, o conjunto S pode ser particionado em 2 subconjuntos, a saber:

A_i : conjunto dos elementos de S que ainda podem ser mínimo

B_i : conjunto dos elementos de S que não podem ser mínimo

Teorema: O problema de encontrar o mínimo de um conjunto S requer pelo menos $n-1$ comparações

Seja um algoritmo genérico que resolve o problema.

Após a i -ésima comparação, o conjunto S pode ser particionado em 2 subconjuntos, a saber:

A_i : conjunto dos elementos de S que ainda podem ser mínimo

B_i : conjunto dos elementos de S que não podem ser mínimo

$$S = A_i \cup B_i$$

Teorema: O problema de encontrar o mínimo de um conjunto S requer pelo menos $n-1$ comparações

Após a i -ésima iteração:

$$|A_i| = n_1$$

$$|B_i| = n_2$$

Teorema: O problema de encontrar o mínimo de um conjunto S requer pelo menos $n-1$ comparações

Após a i -ésima iteração:

$$|A_i| = n_1$$

$$|B_i| = n_2$$

Neste caso,

$$A_0 = S \text{ e } |A_0| = n$$

$$B_0 = \emptyset \text{ e } |B_0| = 0$$

$$A_{\text{final}} = \{\text{min}\}$$

$$B_{\text{final}} = S \setminus \{\text{min}\}$$

Teorema: O problema de encontrar o mínimo de um conjunto S requer pelo menos $n-1$ comparações

Possíveis comparações realizadas pelo algoritmo:

$$aa: (n_1, n_2) \rightarrow (n_1-1, n_2+1)$$

Teorema: O problema de encontrar o mínimo de um conjunto S requer pelo menos $n-1$ comparações

Possíveis comparações realizadas pelo algoritmo:

$$aa: (n_1, n_2) \rightarrow (n_1-1, n_2+1)$$

$$ab: (n_1, n_2) \rightarrow (n_1-1, n_2+1) \text{ ou } (n_1, n_2)$$

Teorema: O problema de encontrar o mínimo de um conjunto S requer pelo menos $n-1$ comparações

Possíveis comparações realizadas pelo algoritmo:

$$aa: (n_1, n_2) \rightarrow (n_1-1, n_2+1)$$

$$ab: (n_1, n_2) \rightarrow (n_1-1, n_2+1) \text{ ou } (n_1, n_2)$$

$$bb: (n_1, n_2) \rightarrow (n_1, n_2)$$

Teorema: O problema de encontrar o mínimo de um conjunto S requer pelo menos $n-1$ comparações

As comparações que trazem mais benefícios são comparações do tipo: **aa**.

Teorema: O problema de encontrar o mínimo de um conjunto S requer pelo menos $n-1$ comparações

As comparações que trazem mais benefícios são comparações do tipo: **aa**.

Se o algoritmo realizar apenas comparações desse tipo, com $n-1$ comparações encontraremos o mínimo de S

Teorema: O problema de encontrar o mínimo de um conjunto S requer pelo menos $n-1$ comparações

As comparações que trazem mais benefícios são comparações do tipo: **aa**.

Se o algoritmo realizar apenas comparações desse tipo, com $n-1$ comparações encontraremos o mínimo de S

Algoritmo Min é ótimo

Máximo e Mínimo de um conjunto

Entrada: Um conjunto $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ com n elementos comparáveis

Saída: O elemento mínimo de S : $\min(S)$ e o elemento máximo de S : $\max(S)$

Máximo e Mínimo de um conjunto

Entrada: Um conjunto $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ com n elementos comparáveis

Saída: O elemento mínimo de S : $\min(S)$ e o elemento máximo de S : $\max(S)$

Exercício

1-Escreva um algoritmo que encontre o mínimo e o máximo de um conjunto S com n elementos.

2- Determine o número de comparações executadas pelo seu algoritmo.

Máximo e Mínimo de um conjunto

Entrada: Um conjunto $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ com n elementos comparáveis

Saída: O elemento mínimo de S : $\min(S)$ e o elemento máximo de S : $\max(S)$

Exercício

Este algoritmo requer quantas comparações, no mínimo???

Prove que seu algoritmo é ótimo