

Gramáticas Regulares e equivalências

Luís Felipe

UFF

24 de Abril de 2023

Gramáticas

Uma gramática é uma 4-upla $G=(T,V,S,R)$ onde

1. T é um conjunto finito de símbolos terminais;
2. V é um conjunto finito de símbolos não-terminais ou variáveis;
3. $S \in V$ é o símbolo inicial;
4. R é o conjunto finito de regras no formato $u \rightarrow v$, onde $u, v \in (TUV)^*$ e ao menos uma regra tem o formato $S \rightarrow v$, onde $v \in (TUV)^*$.

Derivações

- Uma **derivação em um passo** em uma gramática é obtida pela aplicação de uma regra da gramática a uma palavra de $(T \cup V)^*$, produzindo uma nova palavra de $(T \cup V)^*$.

Exemplo: Se $u \rightarrow v \in R$, $w = xuz$ e $w' = xvz$, então temos a seguinte derivação em um passo na gramática: $w \Rightarrow w'$.

- Uma **derivação** em uma gramática é uma sequência de uma ou mais derivações em um passo.

Notação: \Rightarrow^+

Luis Felipe
24/04/23

Gerando Linguagens

- A linguagem gerada por uma gramática G , denotada por $L(G)$, é definida da seguinte forma:

$$L(G) = \{w \in T^* \mid S \Rightarrow^+ w\}$$

- O que diferencia as diversas classes de gramáticas são as condições impostas sobre o conjunto de regras.

Luis Felipe
24/04/23

Gramáticas Regulares

Uma gramática é **regular** se suas regras se encaixam em um dos seguintes formatos:

1. $X \rightarrow aY$, onde $X, Y \in V$ e $a \in T$.
2. $X \rightarrow a$, onde $X \in V$ e $a \in T$.
3. $X \rightarrow \epsilon$, onde $X \in V$.

Exemplo

$$G = (T, V, S, R)$$

$$T = \{0, 1\}$$

$$V = \{x, y, z\}$$

$$S = x$$

$$R = \{x \rightarrow 0y$$

$$x \rightarrow 1z$$

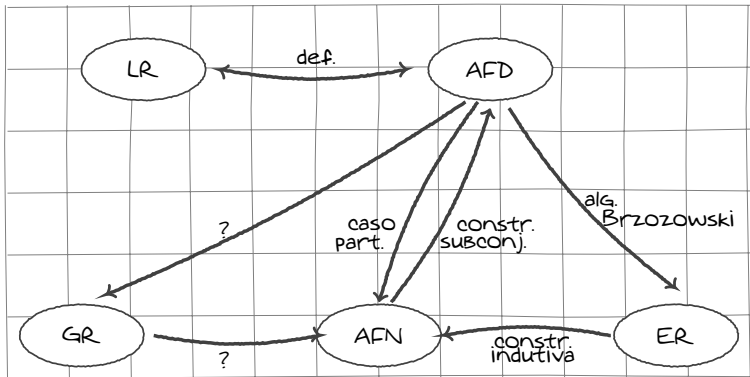
$$y \rightarrow \varepsilon$$

$$z \rightarrow 1z$$

$$z \rightarrow 0\}$$

Luis Felipe
24/04/23

Equivalências



Luis Felipe
24/04/23

Equivalência AFD vs GR

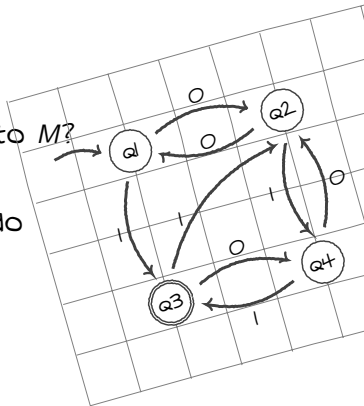
Dado um AFD $M=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, vamos construir um GR $G=(T, V, S, R)$ da seguinte forma:

1. $T = \Sigma$;
2. $V = Q$;
3. $S = q_0$;
4. Regras
 - 4.1 Se $\delta(q, a) = q'$, então $q \rightarrow aq'$
 - 4.2 Se $q \in F$, então $q \rightarrow \varepsilon$

Luis Felipe
24/04/23

Exemplo

- Qual GR G que gera este autômato M ?
- Considere $w = 01001$.
Vamos analisar o comportamento do AFD e da GR para w .
- w é aceita por M e é gerada por G .



Equivalência GR vs AFN

Dada uma GR $G=(T, V, S, R)$, vamos construir um AFN $N=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ da seguinte forma:

1. $\Sigma = T$;
2. $Q = V \cup q_f$;
3. $q_0 = S$;
4. $F = \{q_f\}$
5. Função de transição
 - 5.1 Se $X \rightarrow aY$, então acrescentar Y a $\delta(X, a)$
 - 5.2 Se $X \rightarrow a$, então acrescentar q_f a $\delta(X, a)$
 - 5.3 Se $X \rightarrow \epsilon$, então acrescentar q_f a $\delta(X, \epsilon)$

Luis Felipe
24/04/23

Exemplo

$$G = (T, V, S, R)$$

$$T = \{0, 1\}$$

$$V = \{x, y, z\}$$

$$S = x$$

$$R = \{x \rightarrow 0y$$

$$x \rightarrow 1z$$

$$y \rightarrow \varepsilon$$

$$z \rightarrow 1z$$

$$z \rightarrow 0\}$$

Equivalências

Teorema: As seguintes afirmações são equivalentes:

1. L é uma linguagem regular;
2. L é reconhecida por um AFD;
3. L é reconhecida por um AFN;
4. L é gerada por uma expressão regular;
5. L é gerada por uma gramática regular.