AFN's e Fechamento de Operações Regulares

Luís Felipe

UFF

17 de Abril de 2023

Luís Felipe

17/04/23

Definição

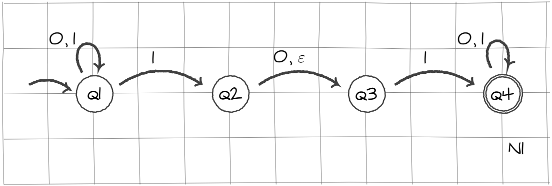
Um autômato finito não-determinístico é uma 5-upla $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ tal que:

1. Q é o conjunto finito de estados
2. Σ é o alfabeto finito
3. $\delta : Q \times \Sigma_\varepsilon \to \mathcal{P}(Q)$ é a função de transição, onde $\Sigma_\varepsilon = \Sigma \cup \{\varepsilon\}$
4. $q_0 \in Q$ é o estado inicial
5. F é o conjunto de estados finais

Luís Felipe

17/04/23

Exemplo



1. $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$
2. $\Sigma = \{0, 1\}$
3.

δ	0	1	ε
q_1	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\{q_3\}$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_4	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$	$\emptyset$

4. $q_0 = q_1$
5. $F = \{q_4\}$

Luís Felipe
17/04/23

Aceitação em um AFN

- N aceita a palavra w se w $= y_1 y_2 \dots y_m$, onde cada $y_i \in \Sigma_\varepsilon$, e existe uma sequência de estados $r_0 r_1 \dots r_m$ tal que:
  1. $r_0 = q_0$
  2. $r_{i+1} \in \delta(r_i, y_{i+1}), i = 0, \dots, m-1$, e
  3. $r_m \in F$

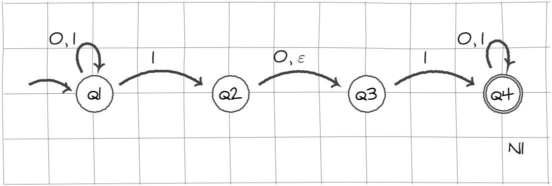
OBS: Uma palavra aceita por um AFN pode possuir mais de uma computação. Além disso, pode ter alguma computação que a rejeite! O que devemos ter, neste caso, é alguma computação que a aceite!

Luís Felipe

17/04/23

Exemplo

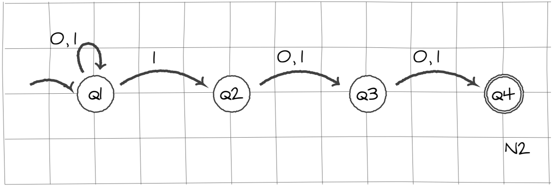
1.



L(N1) ???

$L(N_1) = \{$ w | w possui subcadeia 11 ou 101 $\}$

2. $L(N_2) = \{$ w | w contém 1 na terceira posição a partir do final $\}$



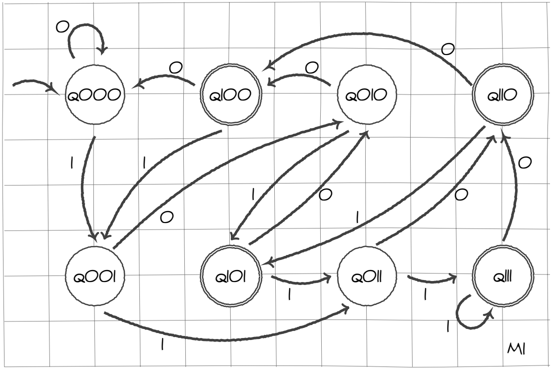
Luís Felipe

17/04/23

Equivalência de AFN's e AFD's

- Seria possível construir um autômato finito determinístico para reconhecer $L(N_2)$?

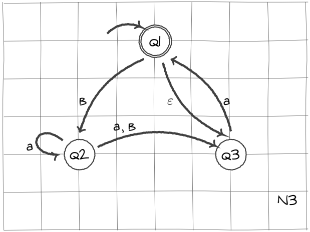
Sim

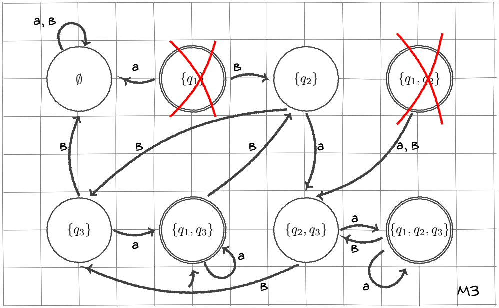


Luís Felipe

17/04/23

Construindo o raciocínio...





Luís Felipe
17/04/23

Equivalência de AFN's e AFD's

Teorema. Todo autômato finito não determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

Ideia da prova: Por construção. Dado um AFN $N_1 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, vamos construir seu AFD equivalente $M_1 = (Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$ da seguinte forma :

- $Q' = \mathcal{P}(Q)$
- q_0' é o estado em Q' que inclui todos os estados de Q que podem ser atingidos a partir de q_0 por zero ou mais transições ε.
- F' é conjunto dos subconjuntos que contém pelo menos um estado final de F.
- Seja $R \in Q'$. Vamos definir $E(R)$ como o conjunto dos estados de Q que podem ser alcançados a partir de R usando zero ou mais transições ε. Assim, a função de transição $\delta'(R, a) = \{q \in Q \mid q \in E(\delta(r, a))$, para algum $r \in R\}$.

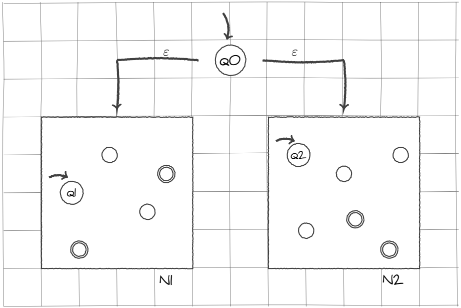
Luís Felipe

17/04/23

O poder do não-determinismo!

Fechamento para operações regulares

Teorema. A classe das linguagens regulares é fechada sob a operação união.



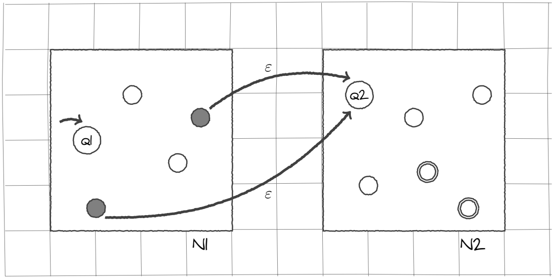
Luís Felipe

17/04/23

O poder do não-determinismo!

Fechamento para operações regulares

Teorema. A classe das linguagens regulares é fechada sob a operação concatenação.

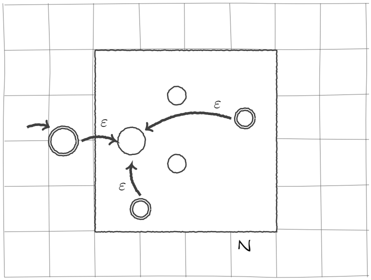


Luís Felipe
17/04/23

O poder do não-determinismo!

Fechamento para operações regulares

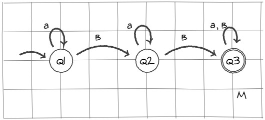
Teorema. A classe das linguagens regulares é fechada sob a operação estrela.



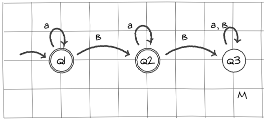
Luís Felipe
17/04/23

Outras operações - Complemento

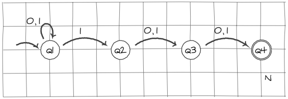
1. $L = \{ w \mid w$ tem pelo menos dois B's $\}$



2. $\overline{L} = \{ w \mid w$ tem no máximo um B $\}$



3. $A = \{ w \mid w$ contém 1 na antepenúltima posição$\}$



4. $\overline{A} = \{ w \mid |w| < 3$ ou contém 0 na antepenúltima posição$\}$

Exercício!

Luís Felipe
17/04/23

Interseção e Diferença

- Lei de De Morgan: $A \cap B = \overline{\overline{A} \cup \overline{B}}$

- Definição de diferença: $A - B = A \cap \overline{B}$