



Universidade Federal Fluminense
Disciplina: Teoria dos Grafos
Professor: Luís Felipe

Gabarito Lista 8 – Grafos direcionados

1. Quantas orientações um grafo simples G possui?

Resolução: Seja G um grafo simples com m arestas. Como cada aresta ab pode possuir duas orientações, a saber, ou (a, b) ou (b, a) . Temos então, 2^m possíveis orientações para G .

2. Mostre que $\sum_{v \in V} d^-(v) = \sum_{v \in V} d^+(v) = m$.

Resolução: Note que cada aresta direcionada (a, b) contribui uma unidade no grau de saída de a e uma unidade no grau de entrada de b . Vemos assim que há relação de um pra um entre o grau de saída e grau de entrada para todas as arestas e cada aresta é contada exatamente uma vez tanto em $d^-(v)$ quanto em $d^+(v)$.

3. Mostre que G possui uma orientação tal que $|d^-(v) - d^+(v)| \leq 1$, para todo vértice $v \in V$.

Resolução: Basta exibir a seguinte orientação para o grafo simples G : para todo vértice v do grafo simples dê $\lfloor \frac{d(v)}{2} \rfloor$ orientações de entrada e $\lceil \frac{d(v)}{2} \rceil$ orientações de saída.

4. Todo digrafo com pelo menos 3 vértices possui pelo menos uma fonte e pelo menos um sumidouro?

Resolução: Não, basta tomar um grafo ciclo direcionado. Neste grafo todo vértice possui grau de entrada e grau de saída maior que zero.

5. Todo subgrafo de um grafo direcionado acíclico D é um grafo direcionado acíclico?

Resolução: Sim, se um subgrafo H de D fosse cíclico então D não seria direcionado acíclico.