Universidade Federal Fluminense
Disciplina: Fundamentos Matemáticos para Computação
Professor: Luís Felipe

Gabarito Lista 5 – Teoria dos Conjuntos: Propriedades e Conjuntos numéricos

1. Dado o conjunto $A = \{x, y, z\}$, associar V (verdadeira) ou F (falsa) em cada sentença a seguir:

   (a) $0 \in A$
   (b) $y \notin A$
   (c) $A = \{y, x, z\}$
   (d) $x \in A$
   (e) $\{x\} \in A$
   (f) $A \in A$

   Resolução: (a) F. (b) F. (c) V. (d) V. (e) F. (f) F.

2. Sendo $A = \{2, 3, 5\}$ e $B = \{0, 1\}$, escrever em símbolos da teoria dos conjuntos:

   (a) 2 pertence a A
   (b) 1 pertence a B
   (c) 3 não pertence a B
   (d) A não é igual a B

   Resolução: (a) $2 \in A$. (b) $1 \in B$. (c) $3 \notin B$. (d) $A \neq B$.

3. Sendo $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 6, 8\}$, $C = \{0, 2, 3, 4\}$ e $D = \{0, 2, 6, 8\}$, assinalar as afirmações verdadeiras:

   (a) $B \subset A$
   (b) $B \not\subset D$
   (c) $C \not\subset D$
   (d) $D \subset A$
   (e) $A \supset C$
   (f) $A \not\supset B$
   (g) $D \supset B$
   (h) $C \not\subset A$

   Resolução: (a), (c), (d), (g), (h) são verdadeiras.

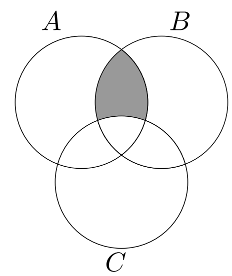
4. Se $A = \{1, 2, 3, \{1\}\}$ e $B = \{1, 2, \{3\}\}$, $(A - B)$ é:

(a) $\{3, \{2\}\}$
(b) $\{3, \{1\}\}$
(c) $\{0, \{+2\}\}$
(d) $\{0, \{0\}\}$

Resolução: (b).

5. No diagrama, a parte hachurada representa:

(a) $(A \cup C) - B$
(b) $(B \cap C) - A$
(c) $(A \cap B) - C$
(d) $(A \cap C) \cup B$
(e) $A - (B - C)$



Resolução: (c).

6. Dados os conjuntos $A \neq \emptyset$ e $B \neq \emptyset$ tais que $(A \cup B) \subset A$ então:

(a) $A \subset B$
(b) $A \cap B = \emptyset$
(c) $A \cup B = \emptyset$
(d) $B \subset A$
(e) $B \in A$

Resolução: (d).

7. Seja A um conjunto de 11 elementos. O conjunto Y de todos os subconjuntos de A tem n elementos. Pode-se concluir que:

(a) $n = 2.048$
(b) $n = 2.047$
(c) $n = 2.049$
(d) $n = 2.046$
(e) $n = 2.050$

Resolução: (a).

8. O número de elementos do conjunto A é 2^m e o número de elementos do conjunto B é 2^n. O número de elementos de $(A \times B)$ é:

(a) $2^m + 2^n$
(b) $2^{m \times n}$
(c) 2^{m+n}
(d) $m \times n$
(e) $m + n$

Resolução: (c).

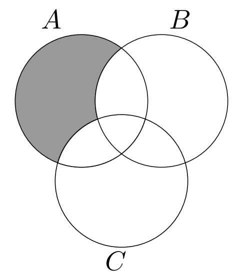
9. Considere as afirmações a respeito da parte hachurada do diagrama seguinte: *Obs.*: $U = A \cup B \cup C$ é o conjunto universo e $\overline{B}$ e $\overline{C}$ são os complementares de B e C, respectivamente.

   I) $A \cap (\overline{B} \cup \overline{C})$

   II) $A \cap (\overline{B} \cap \overline{C})$

   III) $A \cap (\overline{B \cap C})$

   IV) $A \cap (\overline{B \cup C})$



   A(s) afirmação(ções) correta(s) é(são):

   (a) I (b) III (c) I e IV (d) II e III (e) II e IV

   Resolução: (d).

10. Sendo $A = \{0, 1\}$ e $B = \{2, 3\}$, o número de elementos $[P(A) \cap P(B)]$ é:

    (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 4 (e) 8

    Resolução: (b).

11. Dados $A = [1, \infty)$, $B = (-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ e $C = [-3, 4]$, assinale falso ou verdadeiro

    ( ) $A - B = \emptyset$
    ( ) $(A \cup B) \cap C = [1, 4]$
    ( ) $C_{\mathbb{R}}B = [-2, 1]$
    ( ) $A \cap B \cap C = (1, 4]$

    Resolução: F, V, V, V.

12. Depois de N dias de férias, um estudante observa que:

    I- Choveu 7 vezes, de manhã ou à tarde
    II- Quando chove de manhã, não chove à tarde
    III- Houve 5 tardes sem chuva
    IV- Houve 6 manhãs sem chuva

    O número N de dias de férias foi:

    (a) 7 (b) 9 (c) 10 (d) 11 (e) 8

    Resolução: (b).

13. Determine quais dos seguintes conjuntos são iguais:

$$A = \{a, b, -1\} \quad B = \{b, a, -1\} \quad C = \{b, a, b, -1\} \quad D = \{a, -1\}$$

Resolução: $A = B = C$. Todos os elementos dos conjuntos A, B e C são iguais, as repetições não são consideradas como elementos diferentes.

14. Escreva os seguintes conjuntos explicitando seus elementos:

   (a) $A = \{x \in \mathbb{Z} | -1 \leq x \leq 4\}$
   (b) $B = \{x \in \mathbb{N} | x \leq \sqrt{10} \text{ ou } x > -2\}$
   (c) $C = \{x \in \mathbb{R} | 2x + 1 = 5\}$
   (d) $D = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + 1 = 0\}$
   (e) $J = \{x \in \mathbb{R} | 3x + 1 = 5\}$
   (f) $K = \{x \in \mathbb{N} | 3x + 1 = 5\}$

Resolução: (a) $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$. (b) Como queremos números naturais, devemos obter os números naturais que são maiores que -2 e uni-los ao conjunto de números menores ou iguais a $\sqrt{10}$. Assim, os números naturais maiores que -2 são $\{1, 2, 3, \cdots\}$ e os números naturais menores os iguais a união desses dois conjuntos é o próprio conjunto $\{1, 2, 3, \cdots\}$. Logo, $B = \{1, 2, 3, \cdots\}$. (c) Temos que $2x + 1 = 5$ é equivalente a dizer que $x = 2 \in \mathbb{R}$. Portanto, $C = \{2\}$. (d) Temos que $x^2 + 1 = 0$ é equivalente a dizer que $x^2 = -1$, que não tem solução no conjunto dos reais. Portanto, $D = \emptyset$. (e) Temos que $3x + 1 = 5$ é equivalente a dizer que $x = \frac{4}{3} \in \mathbb{R}$. Portanto, $C = \{\frac{4}{3}\}$. (f) $K = \emptyset$, pois a solução de $3x + 1 = 5$ é $x = \frac{4}{3} \notin \mathbb{N}$.

15. Determine quais das seguintes relações de pertinência são verdadeiras:

   (a) $\sqrt{2} \in \{x \in \mathbb{R} | x \geq 2\}$
   (b) $3 \in \{x \in \mathbb{R} |\ |x| \leq 4\}$, onde $|a| = a$ se $a \geq 0$ ou $|a| = -a$ se $a < 0$.
   (c) $\emptyset \in P(A)$, onde $A = \{1, 2\}$.
   (d) $\{1\} \in \{x \in \mathbb{R} | x^2 = 1\}$
   (e) $\emptyset \in \{\emptyset, \{1\}\}$

Resolução: (a) Falsa, pois $\sqrt{2} = 1,4, \cdots$, isto é $1 < \sqrt{2} < 2$, e o conjunto $B = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 2\}$ é formado pelos números maiores ou iguais que 2. Logo, $\sqrt{2}$ não é um elemento de B. (b) Verdadeira, pois $x = 3 \in \mathbb{R}$ e $x = 3 \in \mathbb{R}$ e $|3| = 3 < 4$. Observamos que $|x| \leq 4$ equivale a $-4 \leq x \leq 4$. (c) Verdadeira, pois $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ e $\emptyset$ é um elemento do conjunto $P(A)$, logo $\emptyset \in P(A)$. (d) Falsa, pois $\{1\}$ não é um elemento do conjunto $\{x \in \mathbb{R} | x^2 = 1\}$, já que este conjunto é formado apenas pelos elementos 1 e -1, temos $1 \in \{x \in \mathbb{R} | x^2 = 1\}$ e $\{1\} \subseteq \{x \in \mathbb{R} | x^2 = 1\}$. (e) Verdadeira, pois o elemento $\emptyset$ pertence ao conjunto $\{\emptyset, \{1\}\}$.

16. Determine quais das seguintes relações de inclusão são verdadeiras:

   (a) $\{-2, 0\} \subseteq \{x \in \mathbb{Z} |\ |x| \leq 2\}$

(b) $\{\pi\} \subset \{1, \{\pi\}, a\}$

(c) $\{\{\pi\}\} \subset \{1, \{\pi\}, a\}$

(d) $\emptyset \not\subseteq \{3, 1, -7\}$

(e) $\emptyset \subseteq \{\emptyset, \{1\}\}$

Resolução: (a) Verdadeira, pois temos que $|x| \leq 2$, significa que $-2 \leq x \leq 2$. Logo, $\{x \in \mathbb{Z}|\ |x| \leq 2\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Portanto, os elementos do primeiro conjunto, -2 e 0, são também elementos do segundo conjunto. (b) Falsa. De fato, π não é um elemento de $\{1, \{\pi\}, a\}$. Portanto, a definição de inclusão estrita não é verificada. (c) Verdadeira. (d) Falsa, pois $\emptyset \subseteq C$, para todo conjunto C. (e) Verdadeira.

17. Dado o conjunto $A = \{x \in \mathbb{Z}|\ |x| \leq 1\} = \{-1, 0, 1\}$, determine o conjunto $P(A)$.

    Resolução: O conjunto das partes de A está formado por todos os subconjuntos de A, logo $P(A) = \{\emptyset, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}, \{-1, 0, 1\}\}$.

18. Sejam $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{0, 4\}$, $B = \{0, 1, 2, 3\}$, $C = \{1, 4\}$, $D = \{0, 1\}$. Determine os seguintes conjuntos:

    (a) $A \cup B$

    (b) $B \cap C$

    (c) $A \cap \overline{B}$

    (d) $A \cup (B \cap C)$

    (e) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

    (f) $(\overline{A \cap B}) \cup (\overline{A \cap C})$

    (g) $A \cup \overline{B}$

    (h) $A - B$

    (i) $B - \overline{A}$

    (j) $A \cup (B \cap C \cap D)$

    Resolução: (a) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. (b) $\{1\}$. (c) $\{4\}$. (d) $\{0, 1, 4\}$, pois $A \cup (B \cap C) = \{0, 4\} \cup \{1\} = \{0, 1, 4\}$. (e) $\{0, 1, 4\}$, pois $A \cup (B \cap C) = \{0, 1, 2, 3, 4\} \cap \{0, 1, 4\} = \{0, 1, 4\}$. Observação: Note que os itens (d) e (e) devem ser iguais pela propriedade distributiva da união em relação a interseção, $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$. (f) $(\overline{A \cap B}) \cup (\overline{A \cap C}) = (U - (A \cap B)) \cup (U - (A \cap C)) = (\{0, 1, 2, 3, 4\} - \{0\}) \cup (\{0, 1, 2, 3, 4\} - \{4\}) = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{0, 1, 2, 3\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. (g) $\{0, 4\}$, pois $A = \{0, 4\}$ e $\overline{B} = \{4\}$. (h) $\{4\}$. (i) $\{0\}$. (j) $\{0, 1, 4\}$.

19. Represente por meio de um diagrama de Venn a diferença simétrica entre dois conjuntos, $A \Delta B$, definida por $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$.

20. Verifique, usando os diagramas de Venn as seguintes igualdades:

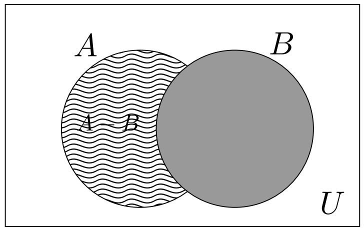
    (a) $(A - B) \cup B = A \cup B$

    (b) $(A - B) \cap B = \emptyset$

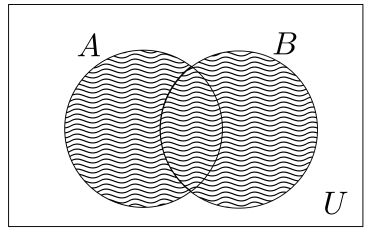
    (c) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

    (d) $(\overline{\overline{A}}) = A$

    Resolução:

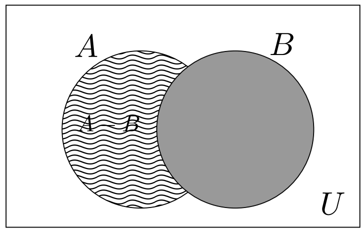


$(A - B) \cup B$

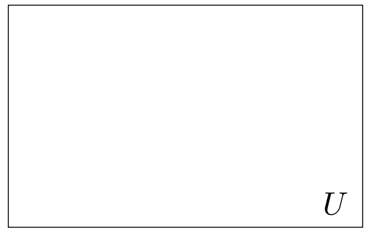


$A \cup B$

(a)

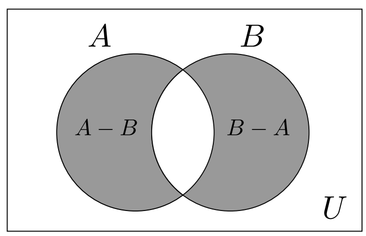


$(A - B) \cup B$

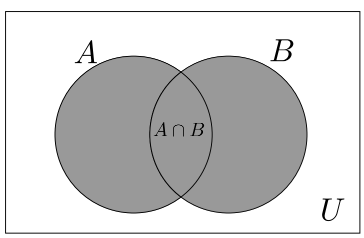


$\emptyset$

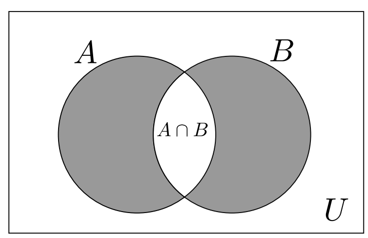
(b)



$(A - B) \cup (B - A)$

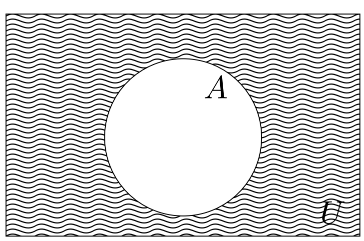


$A \cup B$

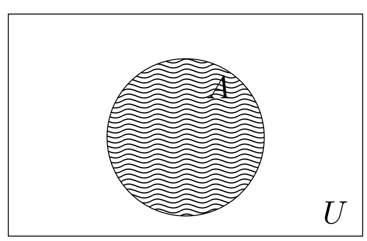


$(A \cup B) - (A \cap B)$

(c)



$\overline{A}$



$\overline{\overline{A}}$

(d)

21. Mostre que:

   (a) $A \subseteq B$ e $A \subseteq C \rightarrow A \subseteq B \cap C$
   (b) $A \subseteq B \leftrightarrow A - B = \emptyset$

(c) $A - B \subseteq A$

(d) $A \subseteq B \leftrightarrow \overline{B} \subseteq \overline{A}$

Resolução: (a) Seja $x \in A$. Como $A \subseteq B$ e $A \subseteq C$, então $x \in B$ e $x \in C$. Logo, $x \in B \cap C$ e consequentemente $A \subseteq B \cap C$.
(b) Primeiro provaremos que $A \subseteq B \rightarrow A - B = \emptyset$.
Se $x \in A - B$, então $x \in A$ e $x \notin B$. No entanto, sabemos por hipótese que todo elemento de A é também elemento de B, isto implica que $x \in B$ o que é uma contradição. Logo, $A - B = \emptyset$.
Provaremos agora que $A - B = \emptyset \rightarrow A \subseteq B$.
Notemos que provar $A - B = \emptyset \rightarrow A \subseteq B$ é equivalente a provar a contrapositiva da implicação, isto é, $A \nsubseteq B \rightarrow A - B \neq \emptyset$.
Usaremos esta estratégia.
Se $A \nsubseteq B$ significa que existe $x \in A$ tal que $x \notin B$, então $x \in A - B$, portanto $A - B \neq \emptyset$ que é o que queríamos provar. Logo, $A - B = \emptyset \rightarrow A \subseteq B$.
Portanto, provaremos que $A \subseteq B \leftrightarrow A - B = \emptyset$.
(c) Provaremos a inclusão acima. $A - B = \{x | x \in A \text{ e } x \notin B\}$. Portanto, se $x \in A - B$, então $x \in A$, logo pela definição de inclusão tem-se $A - B \subseteq A$.
(d) ($\Rightarrow$) Inicialmente provaremos que $A \subseteq B \rightarrow \overline{B} \subseteq \overline{A}$.
Seja $x \in \overline{B}$, então $x \notin B$. Logo, por hipótese $x \notin A$, portanto $x \in \overline{A}$ o que implica que $\overline{B} \subseteq \overline{A}$.
($\Leftarrow$) Provaremos agora que $\overline{B} \subseteq \overline{A} \rightarrow A \subseteq B$.
Assumimos que $\overline{B} \subseteq \overline{A}$, devemos provar que $A \subseteq B$.
Se $x \in A$, então $x \notin \overline{A}$. Por hipótese $\overline{B} \subseteq \overline{A}$, isto significa que $x \notin \overline{B}$, consequentemente, $x \in B$.
Concluímos portanto que $A \subseteq B$.

22. Dados os conjuntos $C = \{x \in \mathbb{N} |\ x \text{ é múltiplo de } 2\}$, $D = \{x \in \mathbb{N} |\ x \text{ é múltiplo de } 3\}$, $E = \{x \in \mathbb{N} |\ x \text{ é múltiplo de } 6\}$, verifique que $C \cap D = E$.

Resolução: Decompondo 6 em fatores primos obtemos que $6 = 2.3$, portanto se um número n é múltiplo de 6. então n é múltiplo de 2 e 3, isto significa que $E \subseteq C \cap D$. Analogamente, se n é múltiplo de 2 e 3 então n é múltiplo de 6, isto é $D \cap C \subseteq E$. Concluímos portanto que $C \cap D = E$.

23. Considere $A = \{x \in \mathbb{N} |\ 5 \leq x^2 \leq 300\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} |\ 1 \leq 3x - 2 \leq 30\}$. Calcule:

(a) $A \cup B$

(b) $A \cap B$

(c) $A - B$

(d) $B - A$

(e) $\overline{A} \cap \overline{B}$

(f) $\overline{A} \cup \overline{B}$

Resolução: (a) $\{1, 2, 3, \cdots, 16, 17\}$. (b) $\{3, 4, \cdots, 10\}$. (c) $\{11, 12, \cdots, 17\}$. (d) $\{1, 2\}$. (e) $\{x \in \mathbb{N} | x \geq 18\}$, pois $\overline{A} = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 2 \text{ ou } x \geq 18\}$ e $\overline{B} = \{x \in \mathbb{N} | x \geq 11\}$. (f) $\{x \in \mathbb{N} | x \leq 2 \text{ ou } x \geq 11\}$.

24. Sejam $A = \{\{2, -1\}, \{2\}\}$, $B = \{\{5\}, \{2, -1, 5\}, \{-1, 2\}\}$ e $C = \{2, -1, 5\}$, considere o conjunto universo sendo o conjunto de partes de C, $U = P(C)$. Calcule:

(a) $\overline{A}$

(b) $A \cap B$

Resolução: $U = P(C) = \{\emptyset, \{2\}, \{-1\}, \{5\}, \{2,-1\}, \{2,5\}, \{-1,5\}, \{2,-1,5\}\}$.
(a) $\{\emptyset, \{-1\}, \{5\}, \{2,5\}, \{-1,5\}, \{2,-1,5\}\}$. (b) $\{\{2,-1\}\}$.

25. Use a propriedade distributiva da interseção em relação a união de conjuntos para provar que $(A \cap D) \cup \overline{D} = A \cup \overline{D}$.

26. Prove as seguintes igualdades:

    (a) $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$

    (b) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

    (c) $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$

Resolução: (a) Para provar a igualdade utilizaremos as propriedades conhecidas e obteremos o segundo termo a partir do primeiro.

$$\begin{array}{lcl}
A - (B - C) & = & \\
\text{(prop. da diferença)} & = & A \cap \overline{(B \cap \overline{C})} \\
\text{(Lei de De Morgan)} & = & A \cap (\overline{B} \cup \overline{\overline{C}}) \\
 & = & A \cap (\overline{B} \cup C) \\
\text{(prop. distributiva)} & = & (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap C) \\
\text{(prop. da diferença)} & = & (A - B) \cup (A \cap C)
\end{array}$$

(b) Para provar a igualdade, consideremos U o conjunto universo onde estão os conjuntos A e D.

$$\begin{array}{lcl}
(A - B) \cup (B - A) & = & \\
\text{(prop. da diferença)} & = & (A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A}) \\
\text{(prop. distributiva)} & = & [A \cup (B \cap \overline{A})] \cap [\overline{B} \cup (B \cap \overline{A})] \\
\text{(prop. distributiva)} & = & [(A \cup B) \cap (A \cup \overline{A})] \cap [(\overline{B} \cup B) \cap (\overline{B} \cup \overline{A})] \\
\text{(Lei de De Morgan)} & = & [(A \cup B) \cap U] \cap [U \cap \overline{(A \cap B)}] \\
 & = & (A \cup B) \cap \overline{(A \cap B)} \\
\text{(prop. da diferença)} & = & (A \cup B) - (A \cap B)
\end{array}$$

(c) Para provar a igualdade, consideremos U o conjunto universo onde estão os conjuntos A e D.

$$\begin{array}{lcl}
(A \cap B) - (A \cap C) & = & \\
\text{(prop. da diferença)} & = & (A \cap B) \cap \overline{(A \cap C)} \\
\text{(Lei de De Morgan)} & = & (A \cap B) \cap (\overline{A} \cup \overline{C}) \\
\text{(prop. distributiva)} & = & [(A \cap B) \cap \overline{A}] \cup [(A \cap B) \cap \overline{C}] \\
\text{(prop. comutativa e associativa)} & = & [(A \cap \overline{A} \cap B)] \cup [A \cap (B \cap \overline{C})] \\
\text{(prop. da diferença)} & = & (\emptyset \cap B) \cup [A \cap (B - C)] \\
 & = & \emptyset \cup [A \cap (B - C)] \\
 & = & A \cap (B - C)
\end{array}$$

27. Dados os seguintes conjuntos: $A = \{x \in \mathbb{Z} |\ 0 \leq x \leq 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} |\ 0 \leq x \leq 7\}$. *Obs.:* Nesta questão estamos considerando $0 \in \mathbb{N}$. Verifique que:

    (a) $A = B$

    (b) $\overline{A} \neq \overline{B}$

Resolução: (a) Os elementos de A e B são os mesmos, $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. (b) $A \subseteq \mathbb{Z}$ logo o conjunto universo onde está A é $\mathbb{Z}$, portanto, $\overline{A} = \{x \in \mathbb{Z} | x \geq 8$ ou $x \leq -1\} = \{\cdots, -3, -2, -1, 8, 9, \cdots\}$. Por definição $B \subseteq \mathbb{N}$, portanto o conjunto universo é $\mathbb{N}$, então $\overline{B} = \{x \in \mathbb{N} | x \geq 8\} = \{8, 9, 10, \cdots\}$.

28. Dado o conjunto $A = \{0, \{\emptyset\}, \emptyset\}$, determine o conjunto das partes de A.

    Resolução: $P(A) = \{\emptyset, \{0\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}, \{0, \{\emptyset\}\}, \{0, \emptyset\}, \{\{\emptyset\}, \emptyset\}, \{0, \{\emptyset\}, \emptyset\}\}$

29. Dados os conjuntos:

    $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (\frac{x}{3} + 1)(2x - 20) \leq 20\}$
    $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x - 3| \leq 14, x \geq -4\}$
    $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é divisível por } 3,\ 0 < x \leq 14\}$

    Calcule $(A \cap B)\Delta C$. Sabendo que Δ é a operação de diferença simétrica. Ou seja, $X\Delta Y = (X \cup Y) - (X \cap Y)$.

30. Verifique se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa. Se for verdadeira prove, se for falsa, justifique.

    (a) $\emptyset = \{\emptyset\}$
    (b) $A \cup (B - C) = (A \cup B) - C$, sendo A, B e C conjuntos quaisquer.
    (c) $(A\Delta B) \cup (A\Delta C) = (A\Delta(B \cap C)) \cup (C - (A \cap B))$, sendo A, B e C conjuntos quaisquer.
    (d) $\{\emptyset\} \subseteq P(D)$ se $D = \{\{\emptyset\}, 0\}$, onde $P(D)$ é o conjunto das partes de D.
    (e) $\emptyset \in P(A)$ sendo A um conjunto arbitrário e $P(A)$ o conjunto das partes de A.
    (f) $\{\emptyset\} \not\subseteq P(A)$, onde $A = \{0, 1, a\}$.
    (g) $A \cap (B\Delta C) \subseteq (A \cap B)\Delta(A \cap C)$, sendo A, B, e C conjuntos arbitrários.

    Resolução: (a) Falsa. $\emptyset$ denota o conjunto vazio, que não possui elementos. $\{\emptyset\}$ representa o conjunto unitário cujo único elemento é o conjunto vazio. (b) Falsa. Observe o Diagrama de Venn da Figura 1.

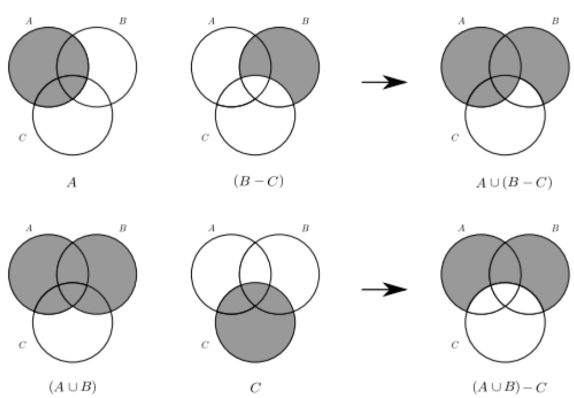


Figura 1: Figura 33b.

31. Considere o seguinte conjunto $A = \{0, \emptyset, \{0, \emptyset\}\}$. Verifique se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas. Se for verdadeira, prove, se for falsa, justifique.

(a) $\{0, \emptyset\} \in A$.

(b) $\{0, \emptyset\} \subset A$.

Resolução: Ambas as afirmações são verdadeiras. Note que $\{0, \emptyset\}$ é um elemento de A. Além disso há em A os elementos 0 e $\emptyset$, portanto ambos elementos também formam um subconjunto estrito de A, dado que eles não são os únicos elementos de A.