Universidade Federal Fluminense
Disciplina: Fundamentos Matemáticos para Computação
Professor: Luís Felipe

Gabarito Lista 2 – Lógica Matemática: Tabelas

1. Dados os seguintes enunciados e seus respectivos valores:

0 é par	:	V
1 é par	:	F
2 é par	:	V
2 é primo	:	V
3 é par	:	F

determine o valor de cada enunciado abaixo, de acordo com as tabelas de avaliação dos conectivos:

(a) 0 não é par
(b) 1 não é par
(c) 0 é par e 2 é par
(d) 0 é par e 1 é par
(e) 1 é par é 2 é par
(f) 1 é par e 3 é par
(g) 2 é par ou 2 é primo
(h) 2 é par ou 1 é par
(i) 1 é par ou 2 é primo
(j) 1 é par ou 3 é par
(k) se 0 é par, então 2 é par
(l) se 0 é par, então 1 é par
(m) se 1 é par, então 0 é par
(n) se 1 é par, então 3 é par
(o) 0 é par se, e somente se, 2 é par
(p) 0 é par se, e somente se, 1 é par
(q) 1 é par se, e somente se, 2 é par
(r) 1 é par se, e somente se, 3 é par

Resolução: (a) F. (b) V. (c) V. (d) F. (e) F. (f) F. (g) V. (h) V. (i) V. (j) F. (k) V. (l) F. (m) V. (n) V. (o) V. (p) F. (q) F. (r) V.

2. Determine o valor de cada enunciado abaixo:

   (a) $\neg(8+2=11) \wedge (2^3 > 3^2)$
   (b) $(8-3=4) \rightarrow (\sqrt{2}$ é algébrico$)$
   (c) $(2^{2^2}$ é par$) \vee (2^{2^2} > 2)$
   (d) $\neg(0=1) \leftrightarrow \neg\sqrt{2}$ é racional

   Resolução: (a) Como $2^3 > 3^2\ :\ F$, o enunciado é F. (b) Como 2^{2^2} é par $:\ V$, o enunciado é V. (c) Como $8-3=4\ :\ F$, o enunciado é V. (d) Como ambos os componentes são F, o enunciado é V.

3. Em cada item abaixo, determine o valor de q, de acordo com as informações dadas:

   (a) $p\ :\ V$ e $p \wedge \neg q\ :\ V$
   (b) $p\ :\ F$ e $p \vee q\ :\ V$
   (c) $p\ :\ V$ e $p \rightarrow q\ :\ V$
   (d) $p\ :\ F$ e $q \rightarrow p\ :\ V$
   (e) $p\ :\ F$ e $p \leftrightarrow q\ :\ F$

   Resolução: (a) Como $p \wedge \neg q\ :\ V$, temos: $\neg q\ :\ V$. Daí, $q\ :\ F$. Nem precisamos do valor de p. (b) Como $p \vee q\ :\ V$, temos: $p\ :\ V$ ou $q\ :\ V$. Mas, como $p\ :\ F$, só resta a segunda alternativa. Daí, $q\ :\ V$. (c) Temos: $p\ :\ V$. Além disso, como $p \rightarrow q\ :\ V$, "a verdade não diminui, quando passamos de p para q". Assim, $q\ :\ V$. (d) Temos que ter $q\ :\ F$, pois, caso contrário, teríamos: $q\ :\ V$ e $p\ :\ F$. Mas isto nos levaria a $q \rightarrow p\ :\ F$, contradizendo a hipótese $q \rightarrow p\ :\ V$. (e) Temos: $p\ :\ F$. Além disso, como $p \leftrightarrow q\ :\ F$, p e q têm valores diferentes. Assim, $q\ :\ V$.

4. Sabendo que $p \wedge q\ :\ V$ e $p \rightarrow r\ :\ F$, determine o valor de cada enunciado simbolizado:

   (a) $[\neg\neg\neg(p \wedge \neg q)] \wedge (\neg p \wedge \neg q)$
   (b) $[(p \vee q) \wedge (q \vee r)] \vee r$
   (c) $\{\neg\neg[(\neg q) \wedge r]\} \rightarrow \neg\neg p$
   (d) $[\neg\neg\neg(p \rightarrow \neg q)] \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$
   (e) $\langle\{[(q \vee r) \wedge s] \rightarrow t\} \vee p\rangle \rightarrow (q \wedge r)$

   Resolução: Como $p \wedge q\ :\ V$, temos: $p\ :\ V$ e $q\ :\ V$. Como $p\ :\ V$ e $p \rightarrow r\ :\ F$. (a) Como $p\ :\ V$, temos: $\neg p\ :\ F$; assim, $\neg p \wedge \neg q$; logo, $[\neg\neg\neg(p \wedge \neg q)] \wedge (\neg p \wedge \neg q)\ :\ F$. (b) Como $p\ :\ V$, temos: $p \vee q\ :\ V$; como $q\ :\ V$, temos: $q \vee r\ :\ V$; assim, $(p \vee q) \wedge (q \vee r)\ :\ V$; Logo, $[(p \vee q) \wedge (q \vee r)] \vee r\ :\ V$. (c) Como $p\ :\ V$, temos: $\neg p\ :\ F$; assim, $\neg\neg p\ :\ V$; logo, $\{\neg\neg[(\neg q) \wedge r]\} \rightarrow \neg\neg p\ :\ V$. (d) Como $q\ :\ V$, temos: $\neg q\ :\ F$; como $p\ :\ V$, daí, temos: $p \rightarrow \neg q\ :\ F$; assim, $\neg(p \rightarrow \neg q)\ :\ V$; assim, $\neg\neg(p \rightarrow \neg q)\ :\ F$; assim $\neg\neg\neg(p \rightarrow \neg q)\ :\ V$; agora, como $p\ :\ V$, temos $\neg p\ :\ F$; assim, $\neg p \rightarrow \neg q\ :\ V$; logo, $\{\neg\neg\neg[p \rightarrow \neg q]\} \wedge [\neg p \rightarrow \neg q]\ :\ V$. (e) Como $p\ :\ V$, temos: $\{[(q \vee r) \wedge s] \rightarrow t\} \vee p\ :\ V$; como $r\ :\ F$, temos: assim, $q \wedge r\ :\ F$; logo $\langle\{[(q \vee r) \wedge s] \rightarrow t\} \vee p\rangle \rightarrow (q \wedge r)\ :\ F$.

5. Determine, se possível, uma interpretação para as letras p, q, r, s na qual $p \to (r \vee s)$ seja F e $(q \wedge \neg s) \leftrightarrow p$ seja V.

Resolução: Para que $p \to (r \vee s)\ :\ F$, devemos ter $p\ :\ V$ e $r \vee s\ :\ F$. Como $r \vee s\ :\ F$, devemos ter r e s como F. Agora, como $p\ :\ V$, pra que $(q \wedge \neg s) \leftrightarrow p\ :\ V$, devemos ter $q \wedge \neg s\ :\ V$. Mas, dado que $s\ :\ F$, temos que $\neg s\ :\ V$. Assim, a única possibilidade é que $q\ :\ V$. Logo, a interpretação procurada é $p\ :\ V, q\ : V, r\ :\ F$ e $s\ :\ F$.

6. Construa a tabela de cada enunciado abaixo:

   (a) $p \vee (p \to \neg p)$

   (b) $(p \to q) \to (\neg p \to \neg q)$

   (c) $[(p \leftrightarrow q) \vee (p \leftrightarrow r)] \to [(\neg p \leftrightarrow \neg q) \to (\neg p \leftrightarrow \neg r)]$

   (d) $[p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)] \leftrightarrow [\neg p \leftrightarrow (\neg q \leftrightarrow \neg r)]$

Resolução: (a) Tabela de $\varphi\ :\ p \vee (p \to \neg p)$:

p	$\neg p$	$p \to \neg p$	φ
V	F	F	V
F	V	V	V

(b) Tabela de $\psi\ :\ (p \to q) \to (\neg p \to \neg q)$:

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \to q$	$\neg p \to \neg q$	ψ
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V

(c) Tabela de $\theta\ :\ [(p \leftrightarrow q) \vee (p \leftrightarrow r)] \to [(\neg p \leftrightarrow \neg q) \to (\neg p \leftrightarrow \neg r)]$, onde $\theta_1\ :\ (p \leftrightarrow q) \vee (p \leftrightarrow r), \theta_2\ :\ (\neg p \leftrightarrow \neg q) \to (\neg p \leftrightarrow \neg r)$ e $\ :\ \theta_1 \to \theta_2$.

p	q	r	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$p \leftrightarrow q$	$p \leftrightarrow r$	θ_1	$\neg p \leftrightarrow \neg q$	$\neg p \leftrightarrow \neg r$	θ_2	θ
V	V	V	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	V	F	V	V	F	F	F
V	F	V	F	V	F	F	V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	F	F	F	F	V	V
F	V	V	V	F	F	F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	F	V	F	V	V	F	F	F
F	F	F	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V

(d) Tabela de δ :

p	q	r	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$q \leftrightarrow r$	$p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$	$\neg q \leftrightarrow \neg r$	$\neg p \leftrightarrow (\neg q \leftrightarrow \neg r)$	δ
V	V	V	F	F	F	V	V	V	F	F
V	V	F	F	F	V	F	F	F	V	F
V	F	V	F	V	F	F	F	F	V	F
V	F	F	F	V	V	V	V	V	F	F
F	V	V	V	F	F	V	F	V	V	F
F	V	F	V	F	V	F	V	F	F	F
F	F	V	V	V	F	F	V	F	F	F
F	F	F	V	V	V	V	F	V	V	F

7. Dado um enunciado ϕ com n componentes, onde $n = 1, 2$ ou 3, o número i de interpretações de ϕ é dado na seguinte tabela:

n	i
1	2
2	4
3	8

   (a) Liste todas as interpretações de um enunciado que possui 4 componentes: p, q, r e s.

(b) Liste todas as interpretações de um enunciado que possui 5 componentes: p, q, r, s e t.

(c) Faça uma conjectura (isto é, busque um padrão geral a partir destes exemplos específicos) definindo uma fórmula que determina o número de interpretações de um enunciado que possui ocorrências de n componentes: $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

Resolução: Listando todas as interpretações de p, q, r e s, vemos que elas são em número de 16. Listando todas as interpretações de p, q, r, s e t, vemos que elas são em número de 32. Assim, temos a tabela:

n	i	i em função de n
1	2	2^1
2	4	2^2
3	8	2^3
4	16	2^4
5	32	2^5

que sugere que o número i de interpretações de um enunciado com n componentes é dado pela fórmula 2^n.

8. Um aluno disse:

Eu sei Lógica e eu entendo as demonstrações da Geometria

Um outro, retrucou, dizendo que não era bem assim. A verdade é que:

Você sabe Lógica e: como você sabe Lógica, você entende as demonstrações da Geometria.

O primeiro aluno respondeu que isto era exatamente o que ele havia dito. Descubra qual dos dois está certo, usando o Método das Tabelas para Equivalência.

Resposta:

Legenda:
s : Eu sei lógica
e : eu entendo as demonstrações da Geometria

Simbolização do 1o aluno: $s \wedge e$. Simbolização do 2o aluno: $s \wedge (s \rightarrow e)$.

s	e	$s \wedge e$	$s \rightarrow e$	$s \wedge (s \rightarrow e)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	F	V	F
F	F	F	V	F

Como $s \wedge e$ e $s \wedge (s \rightarrow e)$ possuem os mesmos valores nas mesmas interpretações, então as expressões são equivalentes. Logo, o primeiro aluno está certo.

9. Considere o seguinte enunciado apresentado por um aluno:

FMC é difícil ou (FMC é fácil e: se eu não consigo interpretar os enunciados dos problemas, então eu não consigo aprender FMC).

Considerando que o enunciado acima é F e que 'FMC é difícil' é a negação de 'FMC é fácil':

(a) Determine uma legenda para o enunciado acima e simbolize-o de acordo com a legenda.

(b) Determine se esse aluno consegue ou não aprender FMC.

Resposta:

a) Legenda:
d: FMC é difícil
i: eu consigo interpretar os enunciados dos problemas
a: eu consigo aprender FMC

Simbolização: $\varphi : d \vee [\neg d \wedge (\neg i \rightarrow \neg a)]$.

b) Como φ é F, temos que d é F e $\neg d \wedge (\neg i \rightarrow \neg a)$ é F.
Assim, $\neg d$ é V.
Assim, para que $\neg d \wedge (\neg i \rightarrow \neg a)$ seja F, temos que ter que $\neg i \rightarrow \neg a$ é F.
Assim, temos que $\neg i$ é V e $\neg a$ é F.
Daí, a é V.
Logo, o colega consegue aprender FMC.

10. Uma das conversas que a aluna e seus colegas tiveram foi a respeito de um concurso, no qual foi perguntado qual é o enunciado equivalente a:

Se as plantas não são regadas, então elas morrem.

Ao ouvir a questão, um dos colegas respondeu prontamente:

Se as plantas são regadas, então elas não morrem.

Determine se o o colega está correto ou não, simbolizando os enunciados e verificando sua equivalência pelo Método das Tabelas para equivalências.

Resposta: Legenda:
r : as plantas são regadas
m : as plantas morrem

Simbolizações:
$\varphi : \neg r \rightarrow m$
$\psi : r \rightarrow \neg m$

Construindo a tabela verdade para $\varphi \leftrightarrow \psi$, temos:

r	m	$\neg r$	$\neg m$	$\neg r \rightarrow m$	$r \rightarrow \neg m$	$\varphi \leftrightarrow \psi$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	F

Como $\varphi \leftrightarrow \psi$ é F em ao menos uma interpretação, os enunciados não são equivalentes e o colega não está correto.