



Universidade Federal Fluminense
Disciplina: Fundamentos Matemáticos para Computação
Professor: Luís Felipe

Gabarito Lista 1 – Lógica Matemática: Enunciados, Simbolização

1. Reescreva cada enunciado abaixo de maneira estruturada como uma negação. Lembre-se que uma *negação* é um enunciado obtido pela aplicação da partícula *não* a outro enunciado.

- (a) não se dá que 3 seja um quadrado perfeito
- (b) é mentira que ele estudou a matéria
- (c) $1 \neq 0$
- (d) eu gostar de novela, não acontece
- (e) 3 é ímpar

Resolução: (a) 3 não é um quadrado perfeito. (b) ele não estudou a matéria. (c) 1 não é igual a 0. (d) eu não gosto de novela. (e) 3 não é par.

2. Reescreva cada enunciado abaixo de maneira estruturada como uma conjunção. Lembre-se que uma *conjunção* é um enunciado obtido pela aplicação da partícula *e* a outros enunciados.

- (a) 6 e 28 são ímpares
- (b) Célia, João e Ricardo são estudiosos
- (c) $(-2)^2$ é inteiro, positivo e par
- (d) eu fui à praia, mas não fiquei no sol

(e) além de não gostar de jiló, ela não gosta de quiabo

Resolução: (a) 6 é ímpar e 28 é ímpar. (b) Célia é estudiosa e João é estudioso e Ricardo é estudioso. (c) $(-2)^2$ é inteiro e $(-2)^2$ é positivo e $(-2)^2$ é par. (d) eu fui à praia e eu não fiquei no sol. (e) ela não gosta de jiló e ela não gosta de quiabo.

3. Reescreva cada enunciado abaixo de maneira estruturada como uma implicação. Lembre-se que uma *implicação* é um enunciado obtido pela aplicação da partícula *se ... , então* a outros enunciados.

(a) se o gol acontece, a comemoração também

(b) x é ímpar se não é par

(c) caso chova, nós ficaremos molhados

(d) $\det(M) \neq 0$ implica que M é invertível

(e) quando faz sol eu vou à praia

Resolução: (a) se o gol acontece, então a comemoração acontece. (b) se x não é par, então x é ímpar. (c) se chove, então nós ficaremos molhados *ou, simplesmente*, se chove, então nós ficamos molhados, *uma vez que não levamos em conta o tempo verbal envolvido nos enunciados*. (d) se $\det(M)$ não é igual a 0, então M é invertível. (e) se faz sol, então eu vou à praia.

4. Reescreva cada enunciado abaixo utilizando conectivos lógicos.

(a) Carlos ou Vera passará no concurso

(b) nem Carlos nem Vera passará no concurso

(c) no caso de Carlos passar no concurso, Vera não passará no concurso

(d) x^2 ser par é suficiente para x ser par

(e) na condição de x ser natural, x é positivo

Resolução: (a) Carlos passa no concurso ou Vera passa no concurso. (b) Carlos não passa no concurso e Vera não passa no concurso. (c) se Carlos passar no concurso, então Vera não passará no concurso *ou, simplesmente*, se Carlos passa no concurso, então Vera não passa no concurso, *uma vez que não levamos em conta o tempo verbal envolvido nos enunciados*. (d) se x^2 é par, então x é par. (e) se x é natural, então x é positivo.

5. Determine o(s) componente(s) de cada enunciado abaixo.

- (a) 2 é par
- (b) 3 não é par
- (c) eu trabalho e os outros ficam ricos
- (d) $f(x)$ não é derivável ou $f(x)$ é contínua
- (e) se estudo para a prova, então não vou à praia e não vou ao cinema
- (f) sou realizado se, e somente se, planto uma árvore, escrevo um livro e tenho um filho
- (g) João é esperto
- (h) Ricardo não é bobo
- (i) perdoar é fácil e faz bem
- (j) João ou ricardo voltou atrás
- (k) se João pediu desculpas, então provou que é humilde
- (l) se aceitou as desculpas, então ele provou que é generoso

Resolução: (a) 2 é par. (b) 3 é ímpar. (c) eu trabalho; os outros ficam ricos. (d) $f(x)$ é derivável; $f(x)$ é contínua. (e) eu estudo para a prova; eu vou à praia; eu vou ao cinema. (f) eu sou realizado; eu planto uma árvore; eu escrevo um livro; eu tenho um filho. *Acrescentamos o pronome pessoal eu aos enunciados componentes para explicitar os sujeitos das frases.* (g) João é esperto. (h) Ricardo é bobo. (i) perdoar é fácil; perdoar faz bem. (j) João voltou atrás; Ricardo voltou atrás. (k) João pediu desculpas; João provou que é humilde. (l) ele aceitou as desculpas; ele provou que é generoso.

6. Para cada enunciado abaixo ((a),..., (l)), faça o que se pede:

- (i) Determine seu(s) componente(s).
- (ii) Baseado na solução do item (i), defina uma legenda para o enunciado.
 - (a) P é um ponto de acumulação
 - (b) 4 não é um quadrado perfeito
 - (c) 4 nunca foi um número primo

- (d) eu trabalho e ganho dinheiro
- (e) eu trabalho, mas não ganho dinheiro
- (f) eu não estudo ou eu não me divirto
- (g) eu não vou ao jogo, então eu lavo o carro
- (h) caso eu não lave o carro, eu vou ao jogo
- (i) eu vou ao jogo se eu não lavar o carro
- (j) eu lavo o carro quando vou ao jogo
- (k) o dia está nublado se, e somente se, o sol está encoberto
- (l) o dia não está nublado quando, e somente quando, o sol brilha no céu

Resolução: (a) Componente: P é ponto de acumulação. Legenda: p : P é um ponto de acumulação. (b) Componente: 4 é um quadrado perfeito. Legenda: q : 4 é um quadrado perfeito. (c) Reescrita: 4 não é um número primo. Componente: 4 não é um número primo. Legenda: n : 4 é um número primo. (d) Componentes: eu trabalho, eu ganho dinheiro. Legenda: t : eu trabalho, d : eu ganho dinheiro. (e) Reescrita: eu trabalho e eu não ganho dinheiro. Componentes e legenda: os mesmos do item (d). (f) Componentes: eu estudo, eu me divirto. Legenda: e : eu estudo, d : eu me divirto. (g) Componentes: eu vou ao jogo, eu lavo o carro. Legenda: j : eu vou ao jogo, l : eu lavo o carro. (h) Reescrita: se eu lavo o carro, então eu vou ao jogo. Componentes e legenda: os mesmos do item (g). (i) Reescrita: se eu não lavo o carro, então eu vou ao jogo. Componentes e legenda: os mesmos do item (g). (j) Reescrita: se eu vou ao jogo, então eu lavo o carro. Componentes e legenda: os mesmos do item (g). (k) Componentes: o dia está nublado, o sol está encoberto. Legenda: n : o dia está nublado, e : o sol está encoberto. (l) Reescrita: o dia não está nublado se, e somente se, o sol brilha no céu. Componentes: o dia está nublado, o sol brilha no céu. Legenda: n : o dia está nublado, b : o sol brilha no céu.

7. Para cada enunciado abaixo, faça o que se pede: (i) Determine se ele tem ou não ocorrência de conectivo. (ii) Se ele tem ocorrência de conectivo, classifique-o como negação, conjunção, disjunção, implicação ou bi-implicação, destacando a partícula e os enunciados a partir dos quais ele é formado. (iii) Defina uma legenda para o enunciado e simbolize-o de acordo com a legenda definida.

- (a) eu gosto de Lógica
- (b) Lógica não é difícil

- (c) não é o caso que 8 não é maior do que 7
- (d) Matemática Discreta não é fácil e Matemática Discreta é interessante
- (e) 25 não é um quadrado perfeito e 25 não é um múltiplo de 5
- (f) eu estudo bastante ou eu não passo em Matemática Discreta
- (g) f está bem definida e o gráfico de f é uma reta, ou f não é contínua
- (h) se ela aprende com facilidade, então eu vou estudar com ela e ela vai me ensinar a matéria
- (i) se x^2 é ímpar e x não é diferente de 0, então x não é par
- (j) eu passo em Matemática Discreta se, e somente se, eu estudo bastante e tiro as minhas dúvidas
- (k) n é um número primo se, e somente se, n não é igual a 1 e n não possui fatores próprios

Resolução: (a) Não possui conectivo. Legenda: g : eu gosto de Lógica. Simbolização: g . (b) Possui conectivo. Negação. Formado por aplicação do NÃO a Lógica é difícil. Legenda: d : Lógica é difícil. Simbolização: $\neg d$. (c) Possui conectivo. Negação. Formado por duas aplicações do NÃO a 8 é maior do que 7. Legenda: m : 8 é maior do que 7. Simbolização: $\neg\neg m$. (d) Possui conectivo. Conjunção. Formado por aplicação do E a Matemática Discreta não é fácil; Matemática Discreta é interessante. O primeiro é negação, formado por aplicação do NÃO a Matemática Discreta é fácil. O segundo é Matemática Discreta é interessante. Legenda: f : Matemática Discreta é fácil
 i : Matemática Discreta é interessante. Simbolização: $\neg f \wedge i$ (e) Possui conectivo. Conjunção. Formado por aplicação do E a 25 não é um quadrado perfeito; 25 não é múltiplo de 5. O primeiro é negação, formado por aplicação do NÃO a 25 é um quadrado perfeito. O segundo é negação, formado por aplicação do NÃO a 25 é um múltiplo de 5. Legenda: q : 25 é um quadrado perfeito
 m : 25 é um múltiplo de 5. Simbolização: $\neg q \wedge \neg m$. (f) Possui conectivo. Disjunção. Formado por aplicação do OU a eu estudo bastante; eu não passo em Matemática Discreta. O primeiro não possui conectivo. O segundo é negação, formado por aplicação do NÃO a eu passo em Matemática Discreta. Legenda: p : eu estudo bastante
 q : eu passo em Matemática Discreta. Simbolização: $p \vee \neg q$. (g) Possui conectivo. Disjunção. Formado por aplicação do OU a f está bem definida e o gráfico de f é uma reta; f não é contínua. O primeiro é conjunção, formado por aplicação do E a f está bem definida; o gráfico de f é uma reta. O segundo é negação, formado por aplicação do NÃO a f é contínua. Legenda: d : f está bem definida
 r : o gráfico de f é uma reta
 c : f é contínua. Simbolização:

$(d \wedge r) \vee \neg c$. (h) Possui conectivo. Implicação. Formado por aplicação do SE ...ENTÃO a ela aprende com facilidade; eu vou estudar com ela e ela vai me ensinar a matéria. O primeiro não possui conectivo. O segundo é conjunção, formado por aplicação do E a eu vou estudar com ela; ela vai me ensinar a matéria. Legenda: a : ela aprende com facilidade e : eu vou estudar com ela m : ela vai me ensinar a matéria. Simbolização: $a \rightarrow (e \wedge m)$. (i) Possui conectivo. Implicação. Formado por aplicação do SE ...ENTÃO a x^2 é ímpar e x não é diferente de 0; x não é par. O primeiro é conjunção, formado por aplicação do E a x^2 é ímpar; x não é diferente de 0. Este primeiro não possui conectivo. Este segundo é negação, formado por aplicação do NÃO a x é diferente de zero. Já x não é par é negação, formado por aplicação do NÃO a x é par. Legenda: i : x^2 é ímpar d : x é diferente de zero p : x é par. Simbolização: $(i \wedge \neg d) \rightarrow \neg p$. (j) Possui conectivo. Bi-implicação. Formado por aplicação do SE, E SOMENTE SE a eu passo em Matemática Discreta; eu estudo bastante e eu tiro as minhas dúvidas. O primeiro não possui conectivo. O segundo é conjunção, formado por aplicação do E a eu estudo bastante; eu tiro as minhas dúvidas. Legenda: p : eu passo em Matemática Discreta e : eu estudo bastante d : eu tiro as minhas dúvidas. Simbolização: $p \leftrightarrow (e \wedge d)$. (k) Possui conectivo. Bi-implicação. Formado por aplicação do SE, E SOMENTE SE a n é um número primo; n não é igual a 1 e n não possui fatores próprios. O primeiro não possui conectivo. O segundo é conjunção, formada por aplicação do E a n não é igual a 1; n não possui fatores próprios. Este primeiro enunciado é uma negação, formado por aplicação do NÃO a n é igual a 1. Este segundo, é negação, obtido por aplicação do NÃO a n possui fatores próprios. Legenda: p : n é um número primo i : n é igual a 1 f : n possui fatores próprios. Simbolização: $p \leftrightarrow (\neg i \wedge \neg f)$.

8. Simbolize os enunciados a seguir, de acordo com a legenda abaixo:

p_1 : Eliane possui um Porsche

p_2 : Kátia possui um Porsche

p_3 : Marília possui um Porsche

f_1 : Eliane possui uma Ferrari

f_2 : Kátia possui uma Ferrari

f_3 : Marília possui uma Ferrari

z_1 : Eliane possui um Zenvo

z_2 : Kátia possui um Zenvo

z_3 : Marília possui um Zenvo

- (a) Eliane não possui um Porsche e Kátia sim
- (b) Eliane possui um Porsche e Kátia não
- (c) nem Eliane nem Kátia possuem Ferraris
- (d) Kátia ou Marília possui um Zenvo
- (e) Kátia ou Marília não possui um Zenvo
- (f) se Eliane possui um Zenvo, Kátia e Marília não possuem Porsches
- (g) se Eliane não possui um Zenvo, Kátia e Marília sim
- (h) se Eliane possui um Zenvo, Kátia ou Marília também
- (i) alguma das três possui uma Ferrari
- (j) alguma das três possui ambos, uma Ferrari e um Zenvo
- (k) nenhuma das três possui um Porsche
- (l) todas as três possuem Porsches

Resolução: (a) $((\neg p_1) \wedge p_2)$ ou simplesmente, $\neg p_1 \wedge p_2$. (b) $(p_1 \wedge (\neg p_2))$ ou simplesmente, $p_1 \wedge \neg p_2$. (c) $((\neg f_1) \wedge (\neg f_2))$ ou simplesmente, $\neg f_1 \wedge \neg f_2$. (d) $(z_2 \vee z_3)$ ou simplesmente, $z_2 \vee z_3$. (e) $((\neg z_2) \vee (\neg z_3))$ ou simplesmente, $\neg z_2 \vee \neg z_3$. (f) $z_1 \rightarrow (\neg p_2 \vee \neg p_3)$. (g) $(\neg z_1) \rightarrow (z_2 \wedge z_3)$. (h) $z_1 \rightarrow (z_2 \vee z_3)$. (i) $f_1 \vee (f_2 \vee f_3)$. Também pode ser simbolizado por $(f_1 \vee f_2) \vee f_3$. (j) $(f_1 \wedge z_1) \vee [(f_2 \wedge z_2) \vee (f_3 \wedge z_3)]$. Também pode ser simbolizado por $[(f_1 \wedge z_1) \vee (f_2 \wedge z_2)] \vee (f_3 \wedge z_3)$. (k) $\neg p_1 \wedge (\neg p_2 \wedge \neg p_3)$. Também pode ser simbolizado por $(\neg p_1 \wedge \neg p_2) \wedge \neg p_3$. (l) $p_1 \wedge (p_2 \wedge p_3)$. Também pode ser simbolizado por $(p_1 \wedge p_2) \wedge p_3$.

9. Simbolizar os seguintes enunciados:

- (a) A ciclovía é tanto bonita quanto necessária, porém não é segura.
- (b) Romeu ama Julieta, que também o ama, apesar de serem de famílias inimigas.
- (c) Algum dos suspeitos, Cara de Cavalo, Escadinha ou Luz Vermelha cometeu o assalto.
- (d) Pudim é gostoso mas quando comido em excesso, engorda.
- (e) Eu gosto de torta e de sorvete, mas não como ambos ao mesmo tempo.
- (f) Eu como o pudim todo, se eu abro a geladeira e encontro o pudim; daí, eu passo mal à noite, pois não consigo dormir de barriga cheia.

- (g) Eu não dirijo quando tomo bebida alcoólica e bebo acima do permitido.
- (h) Irei ao shopping na segunda, mas não na quarta e nem no sábado.
- (i) Nem na quarta nem no sábado haverá aula de FMC.
- (j) A questão não é fácil, quando a resolução depende da interpretação do enunciado.
- (k) A questão é fácil, quando a resolução depende da construção de uma tabela.
- (l) Eu vou ao cinema com Ana ou Bia, e se vou com uma não vou com a outra, mas nenhuma delas é minha namorada.
- (m) Ana e Bia são engenheira e médica não necessariamente nessa ordem.
- (n) É fato que tanto Ana quanto Bia falam inglês ou alemão, mas não que ambas falam francês.
- (o) Quando está chovendo, Ana leva o guarda-chuva, mas quando não leva é porque não está.
- (p) Nem todas as minhas amigas, Ana, Bia, Cel e Duda, gostam de filmes de terror.

Resolução:

(a) Legenda:

a : a ciclovia é bonita
 b : a ciclovia é necessária
 c : a ciclovia é segura.

Simbolização: $[(a \wedge b) \wedge \neg c]$.

(b) Legenda:

a : Romeu ama Julieta
 b : Julieta ama Romeu
 c : A família de Romeu é inimiga da família de Julieta.
 d : A família de Julieta é inimiga da família de Romeu.

Simbolização: $[(a \wedge b) \wedge (c \wedge d)]$.

(c) Legenda:

a : Cara de Cavalo é suspeito
 b : Escadinha é suspeito
 c : Luz vermelha é suspeito
 d : Cara de Cavalo cometeu o assalto
 e : Escadinha cometeu o assalto
 f : Luz Vermelha cometeu o assalto.

Simbolização: $[(a \wedge b \wedge c) \wedge (d \vee e \vee f)]$.

(d) Legenda:

p : pudim é gostoso
 q : pudim é comido em excesso
 r : pudim engorda

Simbolização: $[p \wedge (q \rightarrow r)]$.

(e) Legenda:

t : eu gosto de torta
 s : eu gosto de sorvete
 c : eu como torta
 e : eu como sorvete

Simbolização: $(e \wedge s) \wedge [\neg(c \wedge e)]$.

(f) Legenda:

c : eu como pudim todo
 g : eu abro a geladeira
 e : eu encontro o pudim
 n : eu passo mal à noite
 d : eu consigo dormir de barriga cheia

Simbolização: $[(g \wedge e) \rightarrow c] \rightarrow [(\neg d) \wedge ((\neg d) \rightarrow n)]$

Simbolização alternativa: $[(g \wedge e) \rightarrow c] \rightarrow [(\neg d) \wedge n]$

(g) Legenda:

d : eu dirijo
 a : eu tomo bebida alcoólica
 p : eu bebo acima do permitido

Simbolização: $(a \wedge p) \rightarrow \neg d$

(h) Legenda:

s : irei ao shopping na segunda
 q : irei ao shopping na quarta
 s : irei ao shopping na sábado

Simbolização: $s \wedge (\neg q \wedge \neg s)$

(i) Legenda:

q : quarta haverá aula de FMC
 s : sábado haverá aula de FMC

Simbolização: $\neg q \wedge \neg s$

Simbolização alternativa: $\neg(q \vee s)$. Por que?

(j) Legenda:

f : a questão é fácil

t : a resolução depende da interpretação de uma tabela

Simbolização: $t \rightarrow \neg f$

(k) Legenda:

f : a questão é fácil

t : a resolução depende da construção de uma tabela

Simbolização: $t \rightarrow f$

(l) Legenda:

a : eu vou ao cinema com Ana

b : eu vou ao cinema com Bia

c : Ana é minha namorada

d : Bia é minha namorada

Simbolização: $(a \vee b) \wedge (a \rightarrow (\neg b)) \wedge (b \rightarrow (\neg a)) \wedge (\neg c \wedge \neg d)$

Simbolização alternativa: $(a \vee b) \wedge (a \rightarrow (\neg b)) \wedge (\neg c \wedge \neg d)$

(m) Legenda:

a : Ana é engenheira

b : Ana é médica

c : Bia é engenheira

d : Bia é médica

Simbolização: $(a \wedge d) \vee (b \wedge c)$

(n) Legenda:

a : Ana fala inglês

b : Ana fala alemão

c : Ana fala francês

d : Bia fala inglês

e : Bia fala alemão

f : Bia fala francês

Simbolização: $(a \vee b) \wedge (d \vee e) \wedge \neg(c \wedge f)$

(o) Legenda:

c : está chovendo

a : Ana leva o guarda-chuva

Simbolização: $(c \rightarrow a) \wedge (\neg a \rightarrow \neg c)$

(p) Legenda:

a : Ana é minha amiga
 b : Bia é minha amiga
 c : Cel é minha amiga
 d : Duda é minha amiga
 e : Ana gosta de filme de terror
 f : Bia gosta de filme de terror
 g : Cel gosta de filme de terror
 h : Duda gosta de filme de terror

Simbolização: $(a \wedge b \wedge c \wedge d) \wedge \neg(e \wedge f \wedge g \wedge h)$

10. Em matemática, usualmente, empregamos as frases “é necessário para que” e “no caso de” como conectivos, de acordo com o seguinte esquema:

φ é necessário para que ψ	$\psi \rightarrow \varphi$
no caso de φ, ψ	$\varphi \rightarrow \psi$

Baseado no esquema acima, simbolize o seguinte enunciado:

No caso do governo construir o duto de irrigação, a chuva cair não é necessário para que as plantas cresçam.

Resolução:

Legenda:

g : o governo constrói o duto de irrigação
 c : a chuva cai
 p : as plantas crescem

Simbolização: $g \rightarrow \neg(p \rightarrow c)$