# Aula 3 - Algoritmos de Busca

Luís Felipe

UFF

31 de Agosto de 2023

Luís Felipe
31/08/23

# Complexidade de Caso Médio

Exemplos:

1. Algoritmo de Busca

Algoritmo 1: Busca função Busca(x)

$i := 1$

$L[n+1] := x$

Enquanto $L[i] \neq x$ faça

    $i := i+1$

Se $i \neq n+1$ então

    Busca := i

Senão

    Busca := 0

Complexidade de Pior Caso: $O(n)$

Complexidade de Melhor caso: $O(1)$

Complexidade de Caso Médio: ?

Luís Felipe

31/08/23

(1)

$$\boxed{CM = \sum_{1 \leq i \leq m} p_i t_i}$$

$E = \{E_1, E_2, E_3, \dots, E_m\}$

$p_i$: Probabilidade de ocorrer a entrada $E_i$

$t_i$: Número de passos do algoritmo para a entrada $E_i$

$E = \underbrace{E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \dots \cup E_m}$ $\cup$ $E_{m+1}$

$E_i$: Entrada cujo elemento procurado está na posição $i$

$\boxed{t_i = i}$

$p$: Probabilidade de sucesso

$1-p$: Probabilidade de fracasso

(2)

$$\boxed{p_i = \frac{p}{m}, \quad 1 \leq i \leq m}$$

$$\boxed{p_{m+1} = 1 - p}$$

$$CM = \sum_{1 \leq i \leq m} p_i t_i + (1-p)(m+1) =$$

$$= \sum_{1 \leq i \leq m} \frac{p}{m} \cdot i + (1-p)(m+1)$$

Luís Felipe
31/08/23

$$cm = \underbrace{\sum_{1\le i\le m} \frac{p}{m}\cdot i}_{\text{sucesso}} + \underbrace{(1-p)(m+1)}_{\text{fracasso}} = \frac{p}{m}\sum_{1\le i\le m} i + (1-p)(m+1)$$

$$cm = \frac{p}{\cancel{m}}\,\frac{\cancel{m}\cdot(m+1)}{2} + (1-p)(m+1) = \frac{p}{2}(m+1) + (1-p)(m+1)$$

$p = 1$ $\qquad cm = \frac{(m+1)}{2} \approx \frac{m}{2}$ $\qquad p = \frac{1}{2}$

$p = 0$ $\qquad cm = m+1$

Luís Felipe
31/08/23

# Complexidade de Caso Médio

Exemplos:

2. Algoritmo de busca numa lista ordenada

Algoritmo 2: busca-lista-ordenada função busca-ord(x)

```
i:= 1
L[n+1] := x
Enquanto L[i] < x faça
    i:=i+1
Se i = n+1 ou L[i] ≠ x então
    busca-ord:=0
Senão
    busca-ord:=i
```

Complexidade de Pior Caso: $O(n)$

Complexidade de Melhor caso: $O(1)$

Complexidade de Caso Médio: ?

Luís Felipe
31/08/23

$$E = \{ \underbrace{E_1, E_2, \dots, E_m}_{\text{Entradas com sucesso}}, \underbrace{E'_1, E'_2, E'_3, \dots, E'_m, E'_{m+1}}_{\text{Entradas com fracasso}} \}$$

$$\boxed{p_i = \frac{p}{m}} \qquad \boxed{p'_i = \frac{1-p}{m+1}}$$

$$t_i = i \qquad t'_i = i$$

$$CM = \frac{p}{m} \sum_{1 \le i \le m} i + \frac{(1-p)}{m+1} \sum_{1 \le i \le m+1} i = \frac{p}{\cancel{m}} \frac{\cancel{m}(m+1)}{2} + \frac{(1-p)}{\cancel{m+1}} \frac{\cancel{(m+1)}(m+2)}{2}$$

$$= \boxed{\frac{p(m+1)}{2} + \frac{(1-p)(m+2)}{2}}$$

Luís Felipe
31/08/23

# Busca Binária

Algoritmo 3: Busca-Binaria função Busca-Bin(x)

inf:= 1
sup:= n
Busca-Bin:=0
Enquanto inf $\leq$ sup faça
  meio:= $\lfloor \frac{(inf+sup)}{2} \rfloor$
  Se L[meio] = x então
    Busca-Bin:=meio
    inf:= sup +1
  Senão
    Se L[meio]< x então
      inf:=meio+1
    Senão
      sup:=meio-1

Complexidade de Pior Caso: ?

Complexidade de Melhor caso: O(1)

Luís Felipe
31/08/23

$\to \log_b a = x$

$\to b^x = a$

$\frac{n}{2^{k-1}} = 1$

$n = 2^{k-1}$

$\log_2 n = k - 1$

$K = \log n + 1$

$K = O(\log n)$

# da lista

$n/2^0$

$n/2^1$

$n/2^2$

$n/2^3$

$\frac{n}{2^{k-1}}$

nº de loops

1

2

3

4

⋮

K

$\log_b b^x = x$