Aula 16 - 3-coloração

Luís Felipe

UFF

16 de Novembro de 2023

Luís Felipe
16/11/23

Exemplo de problema Y para Y $\propto$ CIRCUIT SAT

Exemplo de Problema Y (2IS) :

Luís Felipe
16/11/23

Exemplo de problema Y para Y $\propto$ CIRCUIT SAT

Exemplo de Problema Y (2IS) :

Dados: Um grafo G.
Pergunta: G contém um conjunto independente de cardinalidade 2?

Luís Felipe
16/11/23

Exemplo de problema Y para $Y \propto$ CIRCUIT SAT

Exemplo de Problema Y ($2IS$) :

Dados: Um grafo G.
Pergunta: G contém um conjunto independente de cardinalidade 2?

Note que $2IS \in \mathcal{NP}$.

Luís Felipe
16/11/23

2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Teorema. 2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Prova: Dado G, uma entrada genérica do problema 2IS, precisamos construir um circuito particular, entrada do CIRCUIT SAT.

Luís Felipe
16/11/23

2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Teorema. 2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Prova: Dado G, uma entrada genérica do problema 2IS, precisamos construir um circuito particular, entrada do CIRCUIT SAT.

Para cada par de vértices, crie um vértice no circuito

Luís Felipe
16/11/23

2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Teorema. 2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Prova: Dado G, uma entrada genérica do problema 2IS, precisamos construir um circuito particular, entrada do CIRCUIT SAT.

Assim, há C(n,2) vértices. Cada vértice associamos a existência ou não da aresta em G, com valores fixos 0 ou 1

Luís Felipe
16/11/23

2IS ∝ CIRCUIT SAT

Teorema. 2IS ∝ CIRCUIT SAT

Prova: Dado G, uma entrada genérica do problema 2IS, precisamos construir um circuito particular, entrada do CIRCUIT SAT.

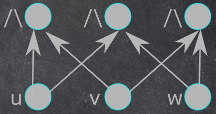
Cada par de vértices associa a dois vértices do grafo.
Assim, criamos uma nova fonte para cada vértice

Luís Felipe
16/11/23

2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Teorema. 2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Prova: Dado G, uma entrada genérica do problema 2IS, precisamos construir um circuito particular, entrada do CIRCUIT SAT.



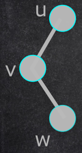
Cada par de vértices do lado direito associa ou não uma aresta.
Assim, relacionamos todos os pares com o conectivo /\

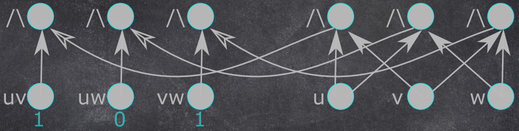
Luís Felipe
16/11/23

2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Teorema. 2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Prova: Dado G, uma entrada genérica do problema 2IS, precisamos construir um circuito particular, entrada do CIRCUIT SAT.





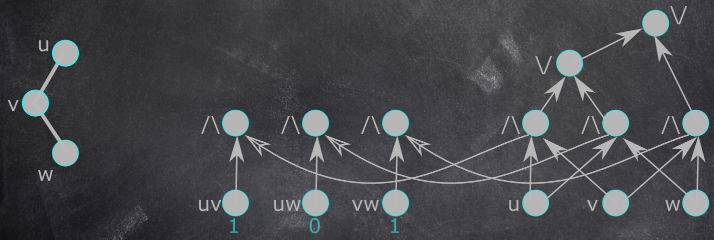
Cada par de vértices do lado direito associa a um vértice do lado esquerdo. Assim, correspondamos com conectivo /\

Luís Felipe
16/11/23

2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Teorema. 2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Prova: Dado G, uma entrada genérica do problema 2IS, precisamos construir um circuito particular, entrada do CIRCUIT SAT.



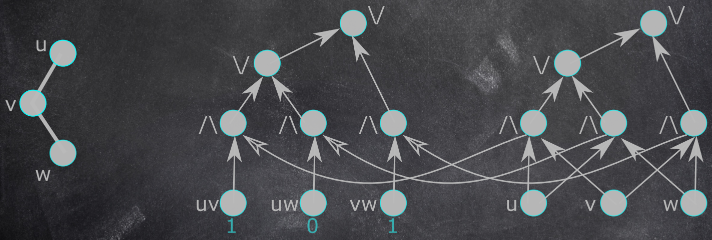
Queremos saber se é possível escolher pelo menos 2 vértices do lado direito. Assim, usemos o conectivo $\vee$

Luís Felipe
16/11/23

2IS ∝ CIRCUIT SAT

Teorema. 2IS ∝ CIRCUIT SAT

Prova: Dado G, uma entrada genérica do problema 2IS, precisamos construir um circuito particular, entrada do CIRCUIT SAT.



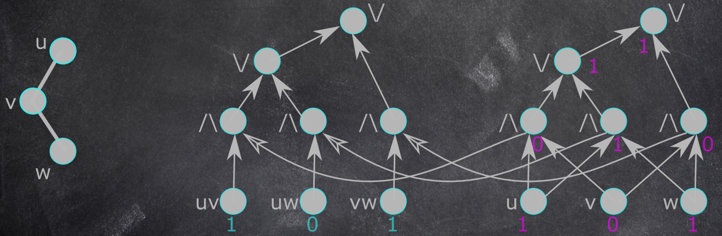
Analogamente, do lado esquerdo, queremos saber se é possível escolher pelo menos 1 aresta. Usemos o conectivo $\bigvee$

Luís Felipe
16/11/23

2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Teorema. 2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Prova: Dado G, uma entrada genérica do problema 2IS, precisamos construir um circuito particular, entrada do CIRCUIT SAT.



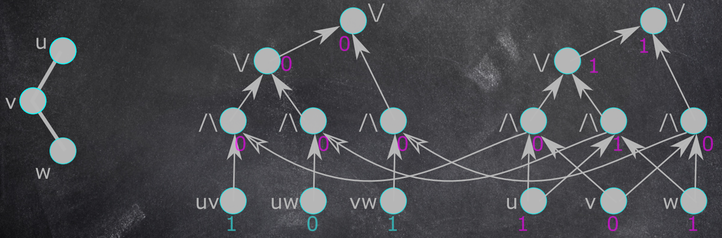
A ideia é do lado direito atribuirmos valores 1 quando vértices estão em um mesmo conjunto independente.

Luís Felipe
16/11/23

2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Teorema. 2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Prova: Dado G, uma entrada genérica do problema 2IS, precisamos construir um circuito particular, entrada do CIRCUIT SAT.



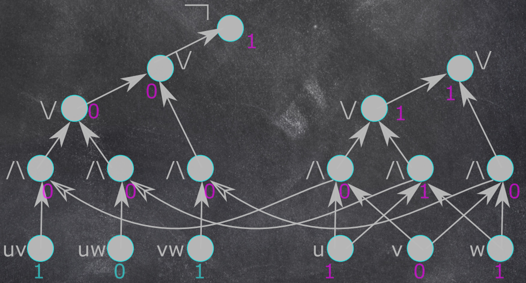
Por outro lado, do lado esquerdo, uma não aresta é fixa com valor 0, isso faz propagar 0 do lado esquerdo

Luís Felipe
16/11/23

2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Teorema. 2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Prova: Dado G, uma entrada genérica do problema 2IS, precisamos construir um circuito particular, entrada do CIRCUIT SAT.



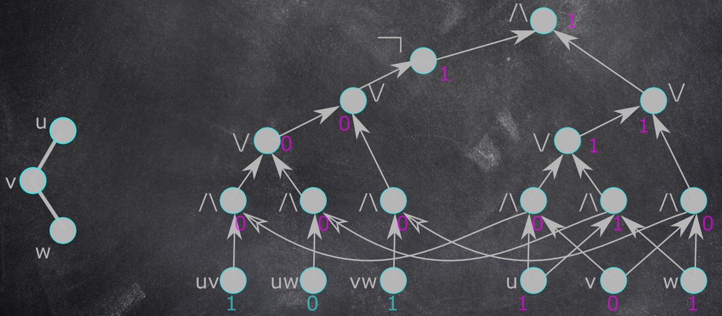
Assim, como queremos associar resposta SIM para 2IS com reposta 1 do CIRCUIT-SAT, usemos o conectivo ¬

Luís Felipe
16/11/23

2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Teorema. 2IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Prova: Dado G, uma entrada genérica do problema 2IS, precisamos construir um circuito particular, entrada do CIRCUIT SAT.



E juntemos ambos os lados com o conectivo /\

Luís Felipe
16/11/23

Resta mostrar que:

Existe 2IS para G $\leftrightarrow$ Existe atribuição cuja saída é 1 para CIRCUIT SAT.

Luís Felipe
16/11/23

Resta mostrar que:

$\boxed{\text{Existe 2IS para } G \leftrightarrow \text{Existe atribuição cuja saída é 1 para CIRCUIT SAT.}}$

($\rightarrow$) Às variáveis que estão no independente, atribua valor 1. Às outras, valor 0.

Luís Felipe
16/11/23

Resta mostrar que:

Existe 2IS para G $\leftrightarrow$ Existe atribuição cuja saída é 1 para CIRCUIT SAT.

($\rightarrow$) Às variáveis que estão no independente, atribua valor 1. Às outras, valor 0.
($\leftarrow$) Se o CIRCUIT SAT teve saída 1, pelo menos duas variáveis receberam valor 1 e existe uma entrada fixa com valor 0.

Luís Felipe
16/11/23

Resta mostrar que:

$\boxed{\text{Existe 2IS para } G \leftrightarrow \text{Existe atribuição cuja saída é 1 para CIRCUIT SAT.}}$

($\rightarrow$) Às variáveis que estão no independente, atribua valor 1. Às outras, valor 0.
($\leftarrow$) Se o CIRCUIT SAT teve saída 1, pelo menos duas variáveis receberam valor 1 e existe uma entrada fixa com valor 0. Posicione os vértices referentes às variáveis com valor 1 no independente.

Luís Felipe
16/11/23

OBS.:

1. Note que esta redução é necessária mas não é suficiente.

Luís Felipe
16/11/23

OBS.:

1. Note que esta redução é necessária mas não é suficiente.
2. 2IS é um problema em $\mathcal{P}$. Prove.

Luís Felipe
16/11/23

OBS.:

1. Note que esta redução é necessária mas não é suficiente.
2. $2IS$ é um problema em $\mathcal{P}$. Prove.
3. IS, como visto, é um problema $\mathcal{NP}$-completo.

Luís Felipe
16/11/23

OBS.:

1. Note que esta redução é necessária mas não é suficiente.
2. $2IS$ é um problema em $\mathcal{P}$. Prove.
3. IS, como visto, é um problema $\mathcal{NP}$-completo.
   3.1 Note que quando k é fixo (não é dado da entrada do problema), kIS é polinomial.

Luís Felipe
16/11/23

OBS.:

1. Note que esta redução é necessária mas não é suficiente.
2. $2IS$ é um problema em $\mathcal{P}$. Prove.
3. IS, como visto, é um problema $\mathcal{NP}$-completo.
   3.1 Note que quando k é fixo (não é dado da entrada do problema), kIS é polinomial.

Exercícios:

1. 3IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Luís Felipe
16/11/23

OBS.:

1. Note que esta redução é necessária mas não é suficiente.
2. $2IS$ é um problema em $\mathcal{P}$. Prove.
3. IS, como visto, é um problema $\mathcal{NP}$-completo.
   3.1 Note que quando k é fixo (não é dado da entrada do problema), kIS é polinomial.

Exercícios:

1. 3IS $\propto$ CIRCUIT SAT
2. IS $\propto$ CIRCUIT SAT

Luís Felipe
16/11/23

Restrições e Extensões de Problemas

- $\Pi(D, Q)$ e $\Pi'(D', Q')$ problemas de decisão.

Luís Felipe
16/11/23

Restrições e Extensões de Problemas

- $\Pi(D, Q)$ e $\Pi'(D', Q')$ problemas de decisão.
- Se $D \subseteq D'$ e $Q = Q'$, então Π é uma restrição de Π'.

Luís Felipe
16/11/23

Restrições e Extensões de Problemas

- $\Pi(D, Q)$ e $\Pi'(D', Q')$ problemas de decisão.
- Se $D \subseteq D'$ e $Q = Q'$, então Π é uma restrição de Π'.
- Π' é uma extensão de Π.

Luís Felipe
16/11/23

Lema. Sejam Π, Π' problemas tais que Π é uma restrição de Π'. Então, se Π é $\mathcal{NP}$-completo, então Π' é $\mathcal{NP}$-difícil.

Luís Felipe
16/11/23

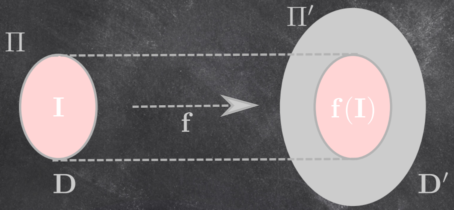
Lema. Sejam Π, Π' problemas tais que Π é uma restrição de Π'. Então, se Π é $\mathcal{NP}$-completo, então Π' é $\mathcal{NP}$-difícil.

Prova: Considere a seguinte transformação de Π em Π', onde f é a função identidade.

Luís Felipe
16/11/23

Lema. Sejam Π, Π' problemas tais que Π é uma restrição de Π'. Então, se Π é $\mathcal{NP}$-completo, então Π' é $\mathcal{NP}$-difícil.

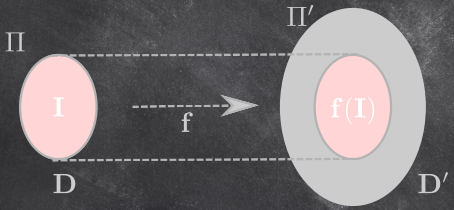
Prova: Considere a seguinte transformação de Π em Π', onde f é a função identidade.



Luís Felipe
16/11/23

Lema. Sejam Π, Π' problemas tais que Π é uma restrição de Π'. Então, se Π é $\mathcal{NP}$-completo, então Π' é $\mathcal{NP}$-difícil.

Prova: Considere a seguinte transformação de Π em Π', onde f é a função identidade.



Então existe uma transformação polinomial $\Pi \propto \Pi'$. Logo, Π' é $\mathcal{NP}$-difícil

Luís Felipe
16/11/23

Lema. Sejam Π, Π' dois problemas de decisão tais que Π é restrição de Π'. Então, se Π' admite algoritmo polinomial, então Π também admite.

Luís Felipe
16/11/23

Lema. Sejam Π, Π' dois problemas de decisão tais que Π é restrição de Π'. Então, se Π' admite algoritmo polinomial, então Π também admite.

Argumento: Se o mais difícil é polinomial, o mais fácil também é.

Luís Felipe
16/11/23

Provas de $\mathcal{NP}$-completude

Assim, podemos mostrar que um problema é $\mathcal{NP}$-completo de forma alternativa.

Luís Felipe
16/11/23

Provas de $\mathcal{NP}$-completude

Assim, podemos mostrar que um problema é $\mathcal{NP}$-completo de forma alternativa.

Dado um problema Π' (não se sabe se é polinomial ou $\mathcal{NP}$-completo). Π' é $\mathcal{NP}$-completo se:

- $\Pi' \in \mathcal{NP}$

Luís Felipe
16/11/23

Provas de $\mathcal{NP}$-completude

Assim, podemos mostrar que um problema é $\mathcal{NP}$-completo de forma alternativa.

Dado um problema Π' (não se sabe se é polinomial ou $\mathcal{NP}$-completo). Π' é $\mathcal{NP}$-completo se:

- $\Pi' \in \mathcal{NP}$
- $\exists$ restrição de Π' que é $\mathcal{NP}$-completo.

Luís Felipe
16/11/23

3-coloração

Teorema. 3-coloração é $\mathcal{NP}-$completo.

Luís Felipe
16/11/23

3-coloração

Teorema. 3-coloração é $\mathcal{NP}$–completo.

Ideia da prova: 3-coloração está em $\mathcal{NP}$ (certificado?).

Luís Felipe
16/11/23

3-coloração

Teorema. 3-coloração é $\mathcal{NP}-$completo.

Ideia da prova: 3-coloração está em $\mathcal{NP}$ (certificado?). Para provar a $\mathcal{NP}$-dificuldade de 3-coloração, vamos fazer uma redução polinomial a partir do problema $\mathcal{NP}$-completo 3-SAT.

Luís Felipe
16/11/23

3-coloração

Teorema. 3-coloração é $\mathcal{NP}-$completo.

Ideia da prova: 3-coloração está em $\mathcal{NP}$ (certificado?). Para provar a $\mathcal{NP}$-dificuldade de 3-coloração, vamos fazer uma redução polinomial a partir do problema $\mathcal{NP}$-completo 3-SAT.

Construção da instância de 3-coloração

Luís Felipe
16/11/23

3-coloração

Teorema. 3-coloração é $\mathcal{NP}-$completo.

Ideia da prova: 3-coloração está em $\mathcal{NP}$ (certificado?). Para provar a $\mathcal{NP}$-dificuldade de 3-coloração, vamos fazer uma redução polinomial a partir do problema $\mathcal{NP}$-completo 3-SAT.

Construção da instância de 3-coloração

Seja (X, C) um instância genérica do 3-SAT.

Luís Felipe
16/11/23

3-coloração

Teorema. 3-coloração é $\mathcal{NP}-$completo.

Ideia da prova: 3-coloração está em $\mathcal{NP}$ (certificado?). Para provar a $\mathcal{NP}$-dificuldade de 3-coloração, vamos fazer uma redução polinomial a partir do problema $\mathcal{NP}$-completo 3-SAT.
Construção da instância de 3-coloração
Seja (X, C) um instância genérica do 3-SAT. Vamos construir um grafo $G = (V, E)$ da seguinte forma:

Luís Felipe
16/11/23

3-coloração

Teorema. 3-coloração é $\mathcal{NP}-$completo.

Ideia da prova: 3-coloração está em $\mathcal{NP}$ (certificado?). Para provar a $\mathcal{NP}$-dificuldade de 3-coloração, vamos fazer uma redução polinomial a partir do problema $\mathcal{NP}$-completo 3-SAT.
Construção da instância de 3-coloração
Seja (X, C) um instância genérica do 3-SAT. Vamos construir um grafo $G = (V, E)$ da seguinte forma:
Vértices de G:

Luís Felipe
16/11/23

3-coloração

Teorema. 3-coloração é $\mathcal{NP}-$completo.

Ideia da prova: 3-coloração está em $\mathcal{NP}$ (certificado?). Para provar a $\mathcal{NP}$-dificuldade de 3-coloração, vamos fazer uma redução polinomial a partir do problema $\mathcal{NP}$-completo 3-SAT.
Construção da instância de 3-coloração
Seja (X, C) um instância genérica do 3-SAT. Vamos construir um grafo $G = (V, E)$ da seguinte forma:
Vértices de G:

- G tem um triângulo base com vértices: v, f, b.

Luís Felipe
16/11/23

3-coloração

Teorema. 3-coloração é $\mathcal{NP}$−completo.

Ideia da prova: 3-coloração está em $\mathcal{NP}$ (certificado?). Para provar a $\mathcal{NP}$-dificuldade de 3-coloração, vamos fazer uma redução polinomial a partir do problema $\mathcal{NP}$-completo 3-SAT.

Construção da instância de 3-coloração

Seja (X, C) um instância genérica do 3-SAT. Vamos construir um grafo $G = (V, E)$ da seguinte forma:

Vértices de G:

- G tem um triângulo base com vértices: v, f, b.
- Cada variável x_i em X está associada a dois vértices $w_i, \overline{w_i}$, onde w_i corresponde ao literal positivo de x_i e $\overline{w_i}$ ao literal negativo.

Luís Felipe
16/11/23

3-coloração

Teorema. 3-coloração é $\mathcal{NP}$−completo.

Ideia da prova: 3-coloração está em $\mathcal{NP}$ (certificado?). Para provar a $\mathcal{NP}$-dificuldade de 3-coloração, vamos fazer uma redução polinomial a partir do problema $\mathcal{NP}$-completo 3-SAT.

Construção da instância de 3-coloração

Seja (X, C) um instância genérica do 3-SAT. Vamos construir um grafo $G = (V, E)$ da seguinte forma:

Vértices de G:

- G tem um triângulo base com vértices: v, f, b.
- Cada variável x_i em X está associada a dois vértices $w_i, \overline{w_i}$, onde w_i corresponde ao literal positivo de x_i e $\overline{w_i}$ ao literal negativo. Cada cláusula corresponde a um P_6.

Luís Felipe
16/11/23

Arestas de G:

Luís Felipe
16/11/23

Arestas de G:

- Cada par $w_i, \overline{w_i}$ forma um triângulo com o vértice b

Luís Felipe
16/11/23

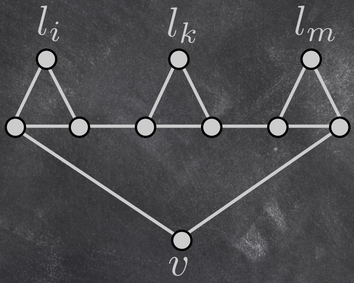
Arestas de G:

- Cada par $w_i, \overline{w_i}$ forma um triângulo com o vértice b
- Cada cláusula $c_j = (l_i \vee l_k \vee l_m)$ forma o seguinte subgrafo:

Luís Felipe
16/11/23

Arestas de G:

- Cada par $w_i, \overline{w_i}$ forma um triângulo com o vértice b
- Cada cláusula $c_j = (l_i \vee l_k \vee l_m)$ forma o seguinte subgrafo:

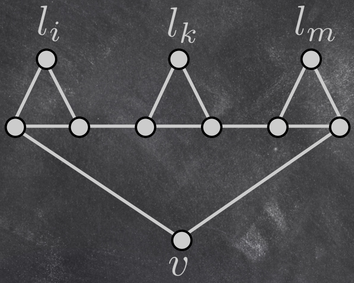


A construção de G está completa.

Luís Felipe
16/11/23

Arestas de G:

- Cada par $w_i, \overline{w_i}$ forma um triângulo com o vértice b
- Cada cláusula $c_j = (l_i \vee l_k \vee l_m)$ forma o seguinte subgrafo:



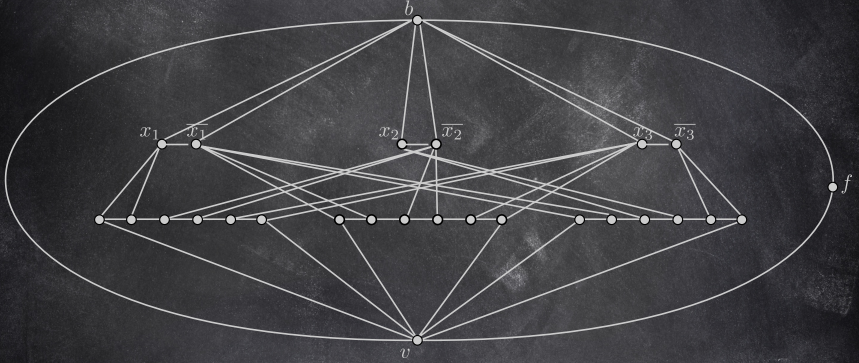
A construção de G está completa. A construção é polinomial (argumento).

Luís Felipe
16/11/23

Exemplo: $(x_1 \lor \overline{x_2} \lor x_3) \land (\overline{x_1} \lor \overline{x_2} \lor x_3) \land (\overline{x_1} \lor x_2 \lor \overline{x_3})$

Luís Felipe
16/11/23

Exemplo: $(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$



Resta mostrar que:

Luís Felipe
16/11/23

Resta mostrar que:

Luís Felipe 16/11/23

$\boxed{\text{G é 3-colorível sse } (X,C) \text{ é satisfazível.}}$

($\to$) Suponha que G está colorido com as cores verde (v), fúcsia (f) e branco (b).

Luís Felipe 16/11/23

Resta mostrar que:

$\boxed{\text{G é 3-colorível sse } (X, C) \text{ é satisfazível.}}$

($\rightarrow$) Suponha que G está colorido com as cores verde (v), fúcsia (f) e branco (b).

- O triângulo base está colorido com as 3 cores: $b \leftarrow$ branco, $v \leftarrow$ verde e $f \leftarrow$ fúcsia

Luís Felipe 16/11/23

Resta mostrar que:

$\boxed{\text{G é 3-colorível sse (X,C) é satisfazível.}}$

($\rightarrow$) Suponha que G está colorido com as cores verde (v), fúcsia (f) e branco (b).

- O triângulo base está colorido com as 3 cores: $b \leftarrow$ branco, $v \leftarrow$ verde e $f \leftarrow$ fúcsia
- Assim, os vértices $w_i, \overline{w_i}$ estão coloridos com verde ou fúcsia.

Resta mostrar que:

Luís Felipe
16/11/23

$\boxed{\text{G é 3-colorível sse } (X, C) \text{ é satisfazível.}}$

($\rightarrow$) Suponha que G está colorido com as cores verde (v), fúcsia (f) e branco (b).

- O triângulo base está colorido com as 3 cores: $b \leftarrow$ branco, $v \leftarrow$ verde e $f \leftarrow$ fúcsia
- Assim, os vértices $w_i, \overline{w_i}$ estão coloridos com verde ou fúcsia.
- Vamos definir uma atribuição para as variáveis x_i de acordo com a cor recebida por w_i

Resta mostrar que:

Luís Felipe 16/11/23

$\boxed{\text{G é 3-colorível sse } (X, C) \text{ é satisfazível.}}$

($\rightarrow$) Suponha que G está colorido com as cores verde (v), fúcsia (f) e branco (b).

- O triângulo base está colorido com as 3 cores: $b \leftarrow$ branco, $v \leftarrow$ verde e $f \leftarrow$ fúcsia
- Assim, os vértices $w_i, \overline{w_i}$ estão coloridos com verde ou fúcsia.
- Vamos definir uma atribuição para as variáveis x_i de acordo com a cor recebida por w_i

$$\begin{cases} \text{vértice é verde} & \rightarrow & \text{literal associado é verdadeiro} \\ \text{vértice é fúcsia} & \rightarrow & \text{literal associado é falso} \end{cases}$$

Obs.: Quando falamos que literal é verdadeiro, isso significa que para uma variável x, então esteja com o literal $x = V$, ou então com o literal $\overline{x} = V$.

Resta mostrar que:

Luís Felipe 16/11/23

$\boxed{\text{G é 3-colorível sse } (X, C) \text{ é satisfazível.}}$

($\rightarrow$) Suponha que G está colorido com as cores verde (v), fúcsia (f) e branco (b).

- O triângulo base está colorido com as 3 cores: $b \leftarrow$ branco, $v \leftarrow$ verde e $f \leftarrow$ fúcsia
- Assim, os vértices $w_i, \overline{w_i}$ estão coloridos com verde ou fúcsia.
- Vamos definir uma atribuição para as variáveis x_i de acordo com a cor recebida por w_i

$$\begin{cases} \text{vértice é verde} & \rightarrow & \text{literal associado é verdadeiro} \\ \text{vértice é fúcsia} & \rightarrow & \text{literal associado é falso} \end{cases}$$

Obs.: Quando falamos que literal é verdadeiro, isso significa que para uma variável x, então esteja com o literal $x = V$, ou então com o literal $\overline{x} = V$.

Resta mostrar que tal atribuição satisfaz (X, C).

Luís Felipe
16/11/23

Suponha que tal atribuição não satisfaça (X, C).

Luís Felipe
16/11/23

Suponha que tal atribuição não satisfaça (X, C). Neste caso, existe uma cláusula onde todo literal é falso.

Luís Felipe
16/11/23

Suponha que tal atribuição não satisfaça (X, C). Neste caso, existe uma cláusula onde todo literal é falso. Assim, os topos dos triângulos estão coloridos de fúcsia.

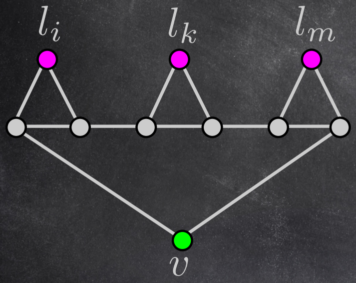
Luís Felipe
16/11/23

Suponha que tal atribuição não satisfaça (X, C). Neste caso, existe uma cláusula onde todo literal é falso. Assim, os topos dos triângulos estão coloridos de fúcsia.
Vamos terminar a coloração da seguinte forma:

Luís Felipe
16/11/23

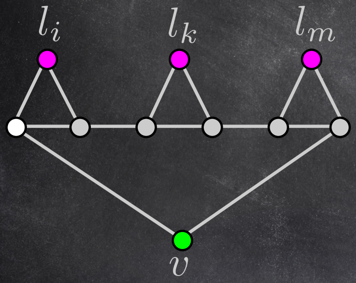
Suponha que tal atribuição não satisfaça (X, C). Neste caso, existe uma cláusula onde todo literal é falso. Assim, os topos dos triângulos estão coloridos de fúcsia.

Vamos terminar a coloração da seguinte forma:



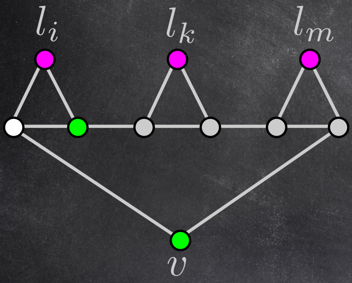
Luís Felipe
16/11/23

Suponha que tal atribuição não satisfaça (X, C). Neste caso, existe uma cláusula onde todo literal é falso. Assim, os topos dos triângulos estão coloridos de fúcsia.
Vamos terminar a coloração da seguinte forma:



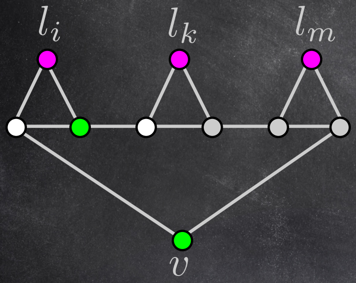
Luís Felipe
16/11/23

Suponha que tal atribuição não satisfaça (X, C). Neste caso, existe uma cláusula onde todo literal é falso. Assim, os topos dos triângulos estão coloridos de fúcsia.
Vamos terminar a coloração da seguinte forma:



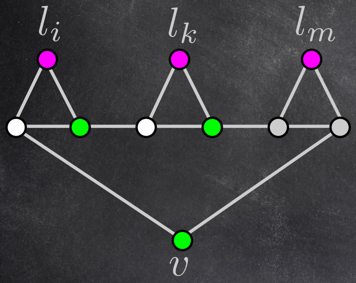
Luís Felipe
16/11/23

Suponha que tal atribuição não satisfaça (X, C). Neste caso, existe uma cláusula onde todo literal é falso. Assim, os topos dos triângulos estão coloridos de fúcsia.
Vamos terminar a coloração da seguinte forma:



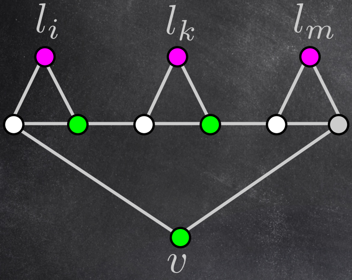
Luís Felipe
16/11/23

Suponha que tal atribuição não satisfaça (X, C). Neste caso, existe uma cláusula onde todo literal é falso. Assim, os topos dos triângulos estão coloridos de fúcsia.
Vamos terminar a coloração da seguinte forma:



Luís Felipe
16/11/23

Suponha que tal atribuição não satisfaça (X, C). Neste caso, existe uma cláusula onde todo literal é falso. Assim, os topos dos triângulos estão coloridos de fúcsia.
Vamos terminar a coloração da seguinte forma:



Luís Felipe
16/11/23

($\leftarrow$) Se (X, C) é satisfazível, então G é 3-colorível.
Vamos apresentar uma 3-coloração para G.

- os vértices b, f, v do triângulo base são coloridos com branco, fúcsia e verde, respectivamente.

Luís Felipe
16/11/23

($\leftarrow$) Se (X, C) é satisfazível, então G é 3-colorível.
Vamos apresentar uma 3-coloração para G.

- os vértices b, f, v do triângulo base são coloridos com branco, fúcsia e verde, respectivamente.
- os vértices w_i e $\overline{w_i}$ serão coloridos de acordo com o valor verdade do literal associado ao x_i.

Luís Felipe
16/11/23

($\leftarrow$) Se (X, C) é satisfazível, então G é 3-colorível.
Vamos apresentar uma 3-coloração para G.

- os vértices b, f, v do triângulo base são coloridos com branco, fúcsia e verde, respectivamente.
- os vértices w_i e $\overline{w_i}$ serão coloridos de acordo com o valor verdade do literal associado ao x_i.

$$\begin{cases} \text{literal de } x_i \text{ é verdadeiro} \quad \rightarrow \quad \text{vértice associado é verde} \\ \text{literal de } x_i \text{ é falso} \quad \rightarrow \quad \text{vértice associado é fúcsia} \end{cases}$$

Luís Felipe
16/11/23

($\leftarrow$) Se (X, C) é satisfazível, então G é 3-colorível.
Vamos apresentar uma 3-coloração para G.

- os vértices b, f, v do triângulo base são coloridos com branco, fúcsia e verde, respectivamente.
- os vértices w_i e $\overline{w_i}$ serão coloridos de acordo com o valor verdade do literal associado ao x_i.

$$\begin{cases} \text{literal de } x_i \text{ é verdadeiro} & \rightarrow \quad \text{vértice associado é verde} \\ \text{literal de } x_i \text{ é falso} & \rightarrow \quad \text{vértice associado é fúcsia} \end{cases}$$

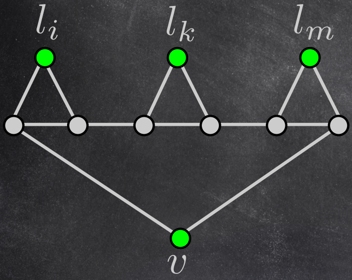
- Falta colorir as componentes cláusula.

Luís Felipe
16/11/23

Note que, como as cláusulas são satisfeitas, os topos das componentes cláusula podem ser coloridos com todas as distribuições dentre: vvv, vvf, ou vff.

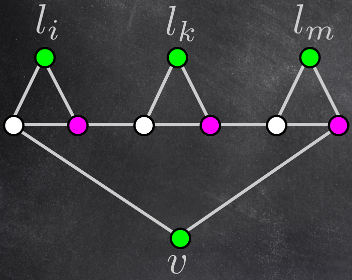
Luís Felipe
16/11/23

Note que, como as cláusulas são satisfeitas, os topos das componentes cláusula podem ser coloridos com todas as distribuições dentre: vvv, vvf, ou vff.



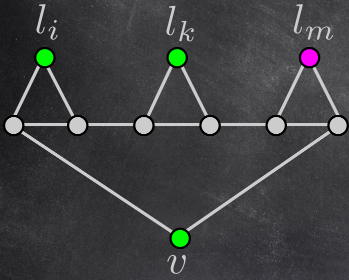
Luís Felipe
16/11/23

Note que, como as cláusulas são satisfeitas, os topos das componentes cláusula podem ser coloridos com todas as distribuições dentre: vvv, vvf, ou vff.



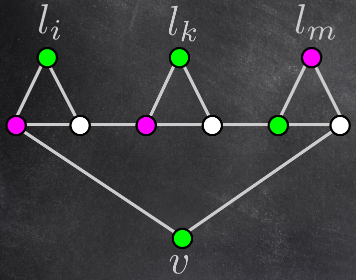
Luís Felipe
16/11/23

Note que, como as cláusulas são satisfeitas, os topos das componentes cláusula podem ser coloridos com todas as distribuições dentre: vvv, vvf, ou vff.



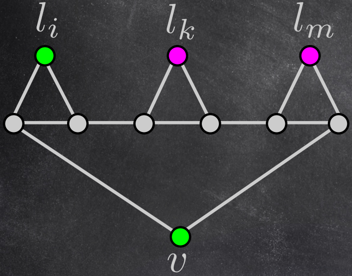
Luís Felipe
16/11/23

Note que, como as cláusulas são satisfeitas, os topos das componentes cláusula podem ser coloridos com todas as distribuições dentre: vvv, vvf, ou vff.



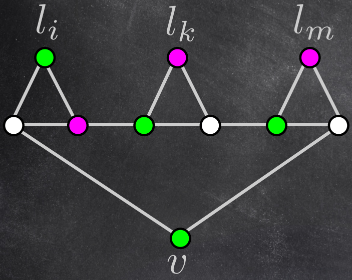
Luís Felipe
16/11/23

Note que, como as cláusulas são satisfeitas, os topos das componentes cláusula podem ser coloridos com todas as distribuições dentre: vvv, vvf, ou vff.



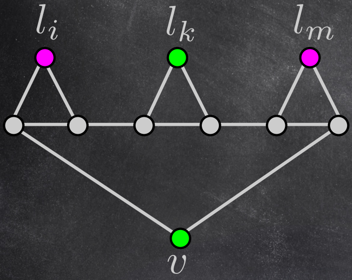
Luís Felipe
16/11/23

Note que, como as cláusulas são satisfeitas, os topos das componentes cláusula podem ser coloridos com todas as distribuições dentre: vvv, vvf, ou vff.



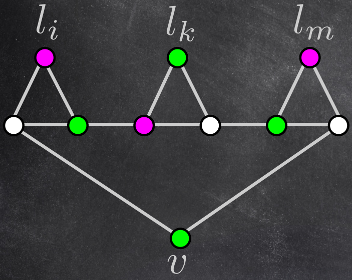
Luís Felipe
16/11/23

Note que, como as cláusulas são satisfeitas, os topos das componentes cláusula podem ser coloridos com todas as distribuições dentre: vvv, vvf, ou vff.



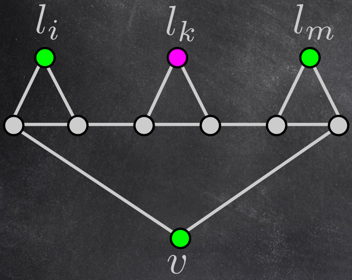
Luís Felipe
16/11/23

Note que, como as cláusulas são satisfeitas, os topos das componentes cláusula podem ser coloridos com todas as distribuições dentre: vvv, vvf, ou vff.



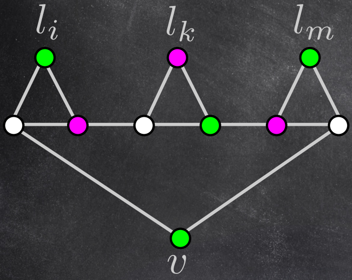
Luís Felipe
16/11/23

Note que, como as cláusulas são satisfeitas, os topos das componentes cláusula podem ser coloridos com todas as distribuições dentre: vvv, vvf, ou vff.



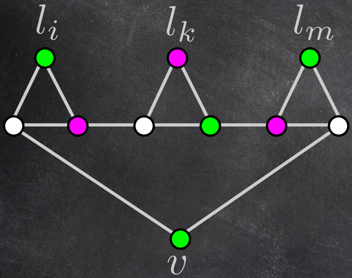
Luís Felipe
16/11/23

Note que, como as cláusulas são satisfeitas, os topos das componentes cláusula podem ser coloridos com todas as distribuições dentre: vvv, vvf, ou vff.



Luís Felipe
16/11/23

Note que, como as cláusulas são satisfeitas, os topos das componentes cláusula podem ser coloridos com todas as distribuições dentre: vvv, vvf, ou vff.



A 3-coloração está completa.

Luís Felipe
16/11/23

Exemplo: $(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$

F V V V V V V F F