Inteligência Artificial

Aula 21

Profª Bianca Zadrozny

http://www.ic.uff.br/~bianca/ia

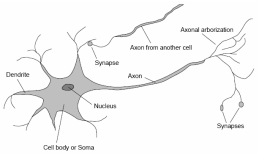
Métodos Estatísticos de Aprendizagem

Capítulo 20 – Russell & Norvig

Seção 20.5

Redes Neurais

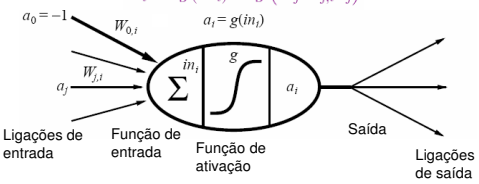
- Um neurônio é uma célula no cérebro cuja principal função é coletar, processar e disseminar sinais elétricos.
  - A capacidade de processamento de informações no cérebro emerge de redes de neurônios.
- Parte do trabalho inicial em IA teve como objetivo tentar criar redes neurais artificiais.



Cérebro:
10^{11} neurônios de 20 tipos diferentes
10^{14} sinapses
Sinais são sequências de pulsos elétricos com ciclos de 1ms-10ms

"Neurônio" de McCulloch e Pitts (1943)

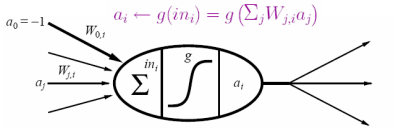
$$a_i \leftarrow g(in_i) = g\left(\Sigma_j W_{j,i} a_j\right)$$



O neurônio "dispara" quando uma combinação linear de suas entradas excede algum limiar.
Modelo simplificado de um neurônio real, serve para estudar propriedades abstratas de redes neurais.
A área de neurociência computacional estuda modelos mais detalhados.

Unidades em redes neurais

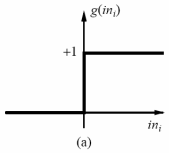
$$a_i \leftarrow g(in_i) = g\left(\Sigma_j W_{j,i} a_j\right)$$



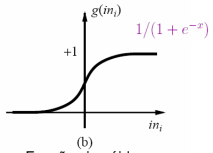
- Uma ligação da unidade *j* para unidade *i* serve para propagar a ativação a_j desde *j* até *i*.
- Cada ligação tem um peso numérico $W_{j,i}$, que determina a sua intensidade.
- Cada unidade calcula uma soma ponderada de suas entradas.
  - Depois aplica uma função de ativação *g* a essa soma.
- O peso $W_{0,i}$ é conectado a uma entrada fixa a_0=-1 para permitir a representaçao de funções que não passem pela origem.

Funções de Ativação

- A função de ativação tem que atender a dois critérios:
  - Deve estar ativa (próxima de +1) para entradas "corretas" e inativa (próxima a 0) para entradas "erradas".
  - Deve ser não linear para que a rede como um todo possa representar funções não-lineares.

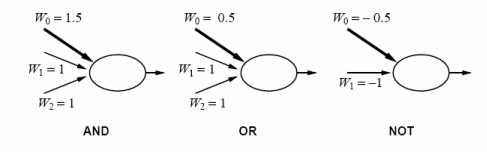


Função de limiar



Função sigmóide

Implementando funções lógicas

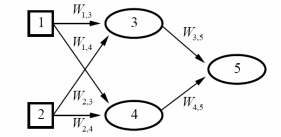


Podemos utilizar as unidades para construir uma rede que calcule qualquer função booleana das entradas.

Estruturas de Rede

- Existem duas categorias principais de redes neurais:
  - Redes acíclicas ou de alimentação direta.
    - Representam uma função de sua entrada atual.
    - Não têm nenhum estado interno além dos pesos.
  - Redes cíclicas ou recorrentes.
    - Utilizam suas saídas para realimentar suas entradas.
    - Níveis de ativação da rede formam um sistema dinâmico.
    - Podem admitir memória de curto prazo, tornando-se mais interessantes como modelos do cérebro.

Exemplo: Rede de Alimentação Direta



Rede simples:
Duas entradas (1,2)
Duas unidades ocultas (3,4)
Uma saída (5)

- Uma rede de alimentação direta representa uma função não-linear de suas entradas:

$$a_5 = g(W_{3,5} \cdot a_3 + W_{4,5} \cdot a_4)$$
$$= g(W_{3,5} \cdot g(W_{1,3} \cdot a_1 + W_{2,3} \cdot a_2) + W_{4,5} \cdot g(W_{1,4} \cdot a_1 + W_{2,4} \cdot a_2))$$

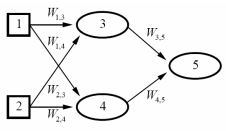
- O aprendizado ocorre através do ajuste dos pesos.

Unidade(s) de Saída

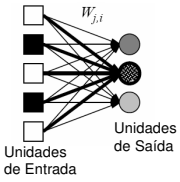
- Uma rede neural pode ser usada para classificação ou regressão.
- Para regressão:
  - Utiliza-se diretamente o valor na unidade de saída.
- Para classificação binária:
  - Um valor acima de 0,5 na unidade de saída é interpretado como uma classe e abaixo de 0,5 como a outra.
- Para classificação multi-classe (k classes):
  - Utiliza-se k unidades de saída, com o valor de cada uma representando a probabilidade relativa dessa classe, dada a entrada atual.

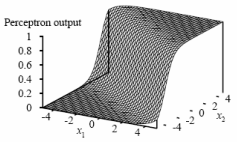
Camadas

- As redes de alimentação direta normalmente são organizadas em camadas.
- Cada unidade recebe apenas a entrada de unidades situadas na camada imediatamente precedente.
- A rede abaixo possui uma camada de entrada, uma camada oculta e uma camada de saída.



Redes de Alimentação Direta de Uma Camada (Perceptrons)





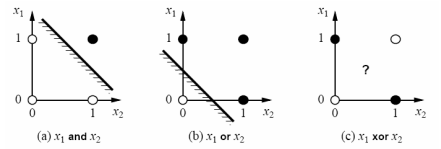
- As unidades de saída são independentes.
  - Cada peso afeta apenas uma das saídas.
  - Podemos estudar cada saída separadamente.
- Modificando os pesos podemos mudar a localização, orientação e a inclinação da "subida" na saída.

Espaço de Hipóteses de um Perceptron

- Com uma função de ativação de limiar, a função de saída do perceptron é dada por:

$$\sum_j W_j x_j > 0 \quad \text{ou} \quad \mathbf{W} \cdot \mathbf{x} > 0$$

- Isso equivale a um separador linear:



Aprendizado de Perceptrons

- O aprendizado é formulado como uma busca de otimização no espaço de pesos.
  - Ajusta-se os pesos da rede para minimizar alguma medida de erro no conjunto de treinamento.
- A medida "clássica" de erro é a **soma dos erros quadráticos**.
- O erro quadrático para um único exemplo com entrada $\mathbf{x}$ e saída verdadeira y é dado por:

$$E = \frac{1}{2} Err^2 \equiv \frac{1}{2}(y - h_{\mathbf{W}}(\mathbf{x}))^2$$

onde $h_{\mathbf{W}}(\mathbf{x})$ é a saída do perceptron.

Aprendizado de Perceptrons (cont.)

- Podemos usar o declínio de gradiente para reduzir o erro quadrático, calculando a derivada parcial de E em relação a cada peso:

$$\frac{\partial E}{\partial W_j} = Err \times \frac{\partial Err}{\partial W_j} = Err \times \frac{\partial}{\partial W_j}(y - g(\Sigma_{j=0}^{n} W_j x_j))$$
$$= -Err \times g'(in) \times x_j$$

- Logo podemos utilizar a seguinte regra de atualização de pesos:

$$W_j \leftarrow W_j + \alpha \times Err \times g'(in) \times x_j$$

onde α é a taxa de aprendizagem.

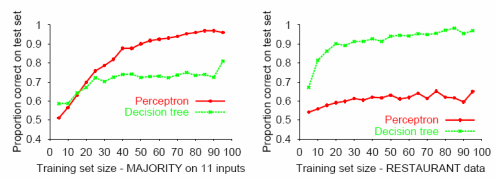
- Para a sigmóide, a derivada de g é $g(1- g)$.

Aprendizado de Perceptrons (cont.)

- O algoritmo executa os exemplos de treinamento através da rede, um de cada vez, ajustando os pesos depois de cada exemplo.
- Um ciclo através dos exemplos é chamado de **época**.
- As épocas são repetidas até ser alcançado algum critério de parada.
  - Em geral, o fato de as mudanças de pesos se tornarem muito pequenas.

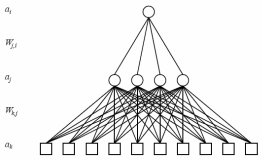
Curvas de Aprendizado

- O perceptron converge para uma função consistente se ela pode ser representada linearmente.

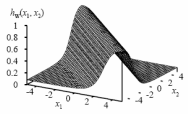


Redes Neurais de Alimentação Direta de Várias Camadas

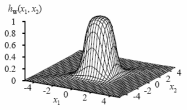
- O caso mais comum usa uma única camada oculta.
  - Com uma única camada podemos representar qualquer função contínua.
  - Com duas, até mesmo funções discontínuas podem ser representadas.
- O número de unidades ocultas tem que ser escolhido "manualmente".
  - Normalmente utiliza-se validação cruzada.



Expressividade de Redes Neurais



Possível de implementar com duas unidades ocultas.



Possível de implementar com quatro unidades ocultas.

Para representar qualquer função precisamos ir aumentando exponencialmente o número de unidades ocultas.

Aprendizado de redes neurais com uma camada oculta

- Camada de saída: regra de atualização idêntica a do perceptron

$$W_{j,i} \leftarrow W_{j,i} + \alpha \times a_j \times \Delta_i$$

onde $\Delta_i = Err_i \times g'(in_i)$

- Camada oculta: **propagação de retorno** do erro da camada de saída

$$\Delta_j = g'(in_j) \sum_i W_{j,i} \Delta_i$$

– A regra de atualização é dada por:

$$W_{k,j} \leftarrow W_{k,j} + \alpha \times a_k \times \Delta_j \ .$$

Derivação da regra de propagação de retorno

- O erro quadrático para um único exemplo é dado por (soma para todas as unidades de saída):

$$E = \frac{1}{2} \sum_i (y_i - a_i)^2$$

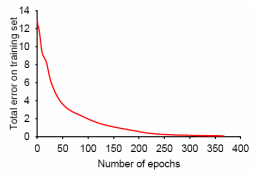
- A derivada parcial em relação a cada peso é dada por:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E}{\partial W_{j,i}} &= -(y_i - a_i)\frac{\partial a_i}{\partial W_{j,i}} = -(y_i - a_i)\frac{\partial g(in_i)}{\partial W_{j,i}} \\
&= -(y_i - a_i)g'(in_i)\frac{\partial in_i}{\partial W_{j,i}} = -(y_i - a_i)g'(in_i)\frac{\partial}{\partial W_{j,i}}\left(\sum_j W_{j,i} a_j\right) \\
&= -(y_i - a_i)g'(in_i)a_j = -a_j \Delta_i
\end{aligned}$$

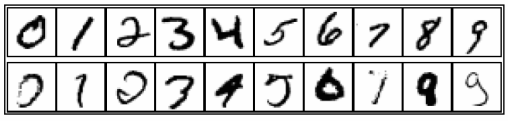
Derivação da regra de propagação de retorno (cont.)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E}{\partial W_{k,j}} &= -\sum_i (y_i - a_i)\frac{\partial a_i}{\partial W_{k,j}} = -\sum_i (y_i - a_i)\frac{\partial g(in_i)}{\partial W_{k,j}} \\
&= -\sum_i (y_i - a_i)g'(in_i)\frac{\partial in_i}{\partial W_{k,j}} = -\sum_i \Delta_i \frac{\partial}{\partial W_{k,j}}\left(\sum_j W_{j,i} a_j\right) \\
&= -\sum_i \Delta_i W_{j,i}\frac{\partial a_j}{\partial W_{k,j}} = -\sum_i \Delta_i W_{j,i}\frac{\partial g(in_j)}{\partial W_{k,j}} \\
&= -\sum_i \Delta_i W_{j,i} g'(in_j)\frac{\partial in_j}{\partial W_{k,j}} \\
&= -\sum_i \Delta_i W_{j,i} g'(in_j)\frac{\partial}{\partial W_{k,j}}\left(\sum_k W_{k,j} a_k\right) \\
&= -\sum_i \Delta_i W_{j,i} g'(in_j) a_k = -a_k \Delta_j
\end{aligned}$$

Exemplo: Restaurante



Outro exemplo: Reconhecimento de Dígitos



3-nearest-neighbor = 2.4% error

400–300–10 unit MLP = 1.6% error

LeNet: 768–192–30–10 unit MLP = 0.9% error

Current best (kernel machines, vision algorithms) ≈ 0.6% error