

Inteligência Artificial

Aula 12
 Profª Bianca Zadrozny
<http://www.ic.uff.br/~bianca/ia>

Incerteza

Capítulo 13 – Russell & Norvig
 Seções 13.4 a 13.6

Aula 12 - 22/10/10

2

Inferência Probabilística: Inferência por Enumeração

- Objetivo: calcular a distribuição de probabilidade das **variáveis de consulta X**, dados valores para as **variáveis de evidência E**.
 - Sejam Y as variáveis restantes (não observadas), temos

$$P(X|e) = \alpha \sum_y P(X, e, y)$$

Note que cada $P(X,e,y)$ aparece na distribuição conjunta total

Aula 12 - 22/10/10

3

Exemplo: Inferência Probabilística

- Podemos calcular probabilidades condicionais:

	dordedente		-dordedente	
	boticão	-boticão	boticão	-boticão
cárie	.108	.012	.072	.008
-cárie	.016	.064	.144	.576

$$\begin{aligned}
 P(\text{Cárie}|\text{dordedente}) &= \alpha [P(\text{Cárie}, \text{dordedente}, \text{boticão}) + P(\text{Cárie}, \text{dordedente}, \text{-boticão})] \\
 &= \alpha [<0.108, 0.016> + <0.072, 0.008>] \\
 &= \alpha [<0.12, 0.08>] \\
 &= <0.6, 0.4>
 \end{aligned}$$

Aula 12 - 22/10/10

4

Problemas com a inferência por enumeração

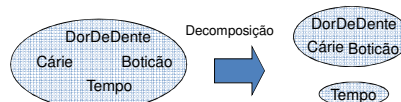
- Complexidade de tempo (pior caso): $O(d^n)$ onde d é a cardinalidade do maior domínio e n é o número de variáveis.
- Complexidade de espaço: $O(d^n)$ para armazenar a distribuição conjunta.
- Como encontrar as probabilidades para $O(d^n)$ elementos?

Aula 12 - 22/10/10

5

Independência

- A e B são independentes se e somente se $P(A|B) = P(A)$ ou $P(B|A) = P(B)$ ou $P(A, B) = P(A) P(B)$



$$\begin{aligned}
 P(\text{DorDeDente}, \text{Cárie}, \text{Boticão}, \text{Tempo}) &= \\
 P(\text{DorDeDente}, \text{Cárie}, \text{Boticão}) &P(\text{Tempo}) \\
 (32 \text{ entradas reduzidas a } 12). &
 \end{aligned}$$

- Porém, independência total é rara.

Aula 12 - 22/10/10

6

Independência Condicional

- Se eu tenho cárie, a probabilidade de uso do boticão não depende de eu ter ou não dor de dente.
 - $P(\text{Boticão} | \text{dordedente}, \text{cárie}) = P(\text{Boticão} | \text{cárie})$
- A mesma independência ocorre se eu não tiver cárie.
 - $P(\text{Boticão} | \text{dordedente}, \neg \text{cárie}) = P(\text{Boticão} | \neg \text{cárie})$
- Logo Boticão é condicionalmente independente de DorDeDente dado cárie:
 - $P(\text{Boticão} | \text{DorDeDente}, \text{Cárie}) = P(\text{Boticão} | \text{Cárie})$

Aula 12 - 22/10/10

7

Independência Condicional

- Escrevendo a distribuição total usando a regra da cadeia:

$$P(\text{DorDeDente}, \text{Boticão}, \text{Cárie})$$

$$= P(\text{DorDeDente} | \text{Boticão}, \text{Cárie}) P(\text{Boticão} | \text{Cárie}) P(\text{Cárie})$$

$$= P(\text{DorDeDente} | \text{Cárie}) P(\text{Boticão} | \text{Cárie}) P(\text{Cárie})$$
- Nesse exemplo, o número de valores para especificar a distribuição conjunta passa de 8 para 6.
- Na maioria dos casos, o uso da independência condicional reduz o tamanho da distribuição conjunta de exponencial em n para linear em n .

Aula 12 - 22/10/10

8

Regra de Bayes

- Da regra do produto $P(a \wedge b) = P(a | b) P(b) = P(b | a) P(a)$
 - ⇒ **Regra de Bayes:** $P(a | b) = P(b | a) P(a) / P(b)$
- Ou na forma da distribuição conjunta:

$$P(Y | X) = P(X | Y) P(Y) / P(X) = \alpha P(X | Y) P(Y)$$
- Útil para acessar regras probabilísticas de diagnóstico através de probabilidades causais:
 - $P(\text{Causa} | \text{Ffeito}) = P(\text{Ffeito} | \text{Causa}) P(\text{Causa}) / P(\text{Ffeito})$
 - Ex: seja M meningite, S pescoço duro:

$$P(m | s) = P(s | m) P(m) / P(s) = 0.8 \times 0.0001 / 0.1 = 0.0008$$
 - Nota: probabilidade posterior de meningite ainda é muito pequena.

Aula 12 - 22/10/10

9

Regra de Bayes e Independência Condicional

$$P(\text{Cavity} | \text{toothache} \wedge \text{catch})$$

$$= \alpha P(\text{toothache} \wedge \text{catch} | \text{Cavity}) P(\text{Cavity})$$

$$= \alpha P(\text{toothache} | \text{Cavity}) P(\text{catch} | \text{Cavity}) P(\text{Cavity})$$

- Este é um exemplo de um modelo de **Bayes Ingênuo**:

$$P(\text{Causa}, \text{Ffeito}_1, \dots, \text{Ffeito}_n) = P(\text{Causa}) \prod_i P(\text{Ffeito}_i | \text{Causa})$$



- O número total de parâmetros é **linear** n

Aula 12 - 22/10/10

10