Inteligência Artificial

Aula 30

Profª Bianca Zadrozny
http://www.ic.uff.br/~bianca/ia

Exercícios – Cap. 13

1. Mostre que $P(a \mid b \wedge a) = 1$.
2. Usando os axiomas de probabilidade, prove que qualquer distribuição de probabilidade sobre uma variável aleatória discreta deve ter a soma 1.
3. Seria racional para um agente possuir as três crenças $P(A)=0.4$, $P(B)=0.3$ e $P(A \vee B)=0.5$? Neste caso, que intervalo de probabilidades seria racional o agente conter para $A \wedge B$?

Exercícios – Cap. 13

4. Considere o domínio da distribuição de cartas no jogo de pôquer de 5 cartas a partir de um baralho-padrão de 52 cartas, supondo que o jogador que distribui as cartas é justo.
   a) Quantos eventos atômicos existem?
   b) Qual é a probabilidade de cada evento atômico?
   c) Qual é a probabilidade de ser distribuído um *royal straight flush*? E quatro cartas com o mesmo número (ou letra)?

Exercícios – Cap. 13

5. Dada a distribuição conjunta total mostrada abaixo, calcule:
   a) P(toothache)
   b) P(Cavity)
   c) P(Toothache|cavity)
   d) P(Cavity|toothache $\vee$ catch)

	toothache		*¬toothache*	
	catch	*¬catch*	*catch*	*¬catch*
cavity	0.108	0.012	0.072	0.008
¬cavity	0.016	0.064	0.144	0.576

Exercícios – Cap. 13

6. (13.8) Exame que é 99% preciso dá um resultado positivo. A doença é rara, atingindo 1 em 10.000 pessoas. Quais são as chances de se ter a doença dado o exame positivo?

Respostas – Cap. 13

1. $$P(A|B \wedge A) = \frac{P(A \wedge (B \wedge A))}{P(B \wedge A)} = \frac{P(B \wedge A)}{P(B \wedge A)} = 1$$

2. Usando o axioma 3: $P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$
   Seja X uma variável discreta que pode assumir os valores $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Pelo axioma 3 temos
   $P(X=x_1 \vee X=x_2 \vee \ldots \vee X=x_n) = P(X=x_1) + P(X=x_2) + \ldots + P(X=x_n) - P(X=x_1 \wedge X=x_2 \wedge \ldots \wedge X=x_n)$
   Como a variável X só pode assumir um valor por vez temos que $P(X=x_1 \wedge X=x_2 \wedge \ldots \wedge X=x_n) = 0$. E como a variável X tem que necessariamente assumir algum desses valores temos que $P(X=x_1 \vee X=x_2 \vee \ldots \vee X=x_n) = 1$. Logo
   $P(X=x_1) + P(X=x_2) + \ldots + P(X=x_n) = 1$.

Respostas – Cap. 13

3. Sim. Pelo axioma 3, temos
   $P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$
   Logo $P(A \wedge B) = P(A) + P(B) - P(A \vee B)$
   $= 0.4 + 0.3 - 0.5$
   $= 0.2$
   Logo é racional acreditar nas probabilidades P(A) = 0.4, P(B)=0.3 e $P(A \vee B)$=0.5. Neste caso o agente deve acreditar que $P(A \wedge B)$=0.2.
   Não seria racional, por exemplo, acreditar que P(A) = 0.4, P(B)=0.3 e $P(A \vee B)$=0.8, pois isso não é compatível com o axiomas de probabilidade, já que $P(A \wedge B)$ seria negativa.

Respostas – Cap. 13

4.
   a) 52!/(47! * 5!) = (52*51*50*49*48)/(5*4*3*2) = 2.598.960.
   b) 1/ 2.598.960.
   c) Um royal straight flush é uma seqüência A, K, Q, J, 10 de cartas do mesmo naipe. Logo só existem 4 eventos atômicos que são “royal straight flush” (um para cada naipe). Sendo assim, a probabilidade é 4/2.598.960.
      Existem 13 números ou letras (2,3,...,10,J,Q,K,A). A quinta carta pode ser qualquer uma. Logo a probabilidade é 13*48/2.598.960 = 4.165.

Exercícios – Cap. 13

5.
   a) P(toothache) = 0.108 + 0.012 + 0.016 + 0.064 = 0.2.
   b) P(Cavity=true)= 0.108 + 0.012 + 0.072 + 0.008 = 0.2
      P(Cavity=false)=0.016 + 0.064 + 0.144 + 0.576 = 0.8
   c) P(Toothache=true|cavity) = P(toothache $\wedge$ cavity)/P(cavity) = (0.108+0.012)/0.2 = 0.6
      P(Toothache=false|cavity) = P(toothache $\wedge$ cavity)/P(cavity) = (0.072+0.008)/0.2 = 0.4
   d) P(cavity=true|toothache $\vee$ catch) = P(cavity=true $\wedge$ (toothache $\vee$ catch))/P(toothache $\vee$ catch) = (0.108+ 0.012 + 0.072)/(0.108+0.012+0.072+0.016+0.064+0.144) = 0.192/0.416 = 0.4615
      P(cavity=false|toothache $\vee$ catch) = 1 – 0.4615 = 0.5385

Exercícios – Cap. 13

6. Informação dada:
   P(Exame=true|Doença=true) = 0.99
   P(Exame=false|Doença=false) = 0.99
   P(Doença=true) = 1/10.000 = 0.0001
   Pergunta: P(Doença=true|Exame=true)?
   P(Doença=true|Exame=true) = P(Exame=true|Doença=true)*P(Doença=true)/P(Exame=true) = 0.99*0.0001/P(Exame=true) = 0.000099/P(Exame=true)
   P(Doença=false|Exame=true) = P(Exame=true|Doença=false)*P(Doença=false)/P(Exame=true) = (1-0.99)*(1-0.0001)/P(Exame=true) = 0.01*0.9999/P(Exame=true) = 0.009999/P(Exame=true)
   Logo P(Exame=true) = 0.000099 + 0.009999 = 0.010098 e
   P(Doença=true|Exame=true) = 0.000099/0.010098 = 0.009804