VR: Nome -- No matricula---------------------------------

1. **(Valor questão 2.5)** **C**onsidere a função $f(x) = ax^3 - b$

Onde a é um número formado pelo primeiro e último dígito não nulo da sua matricula

Resolva essa equação, ou seja, descubra os zeros desta função sabendo:

Solução:

Supondo alguém com o número de matricula **1**51407087**1**0 ***a*** e ***b*** serão **1** (coincidentemente), assim $f(x) = x^3 - 1$. Uma das raízes desta equação e obviamente 1. Por isso a coluna do erro na tabela abaixo pode ser o valor achado menos 1.

1.1 Que a derivada de $f(x)$, $f'(x)$ é : $f'(x) = 3\,a\,x^2$ e a derivada será $f'(x) = 3\,x^2$

1.2 Que a fórmula de iteração do Método de Newton é:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

E que esse método a partir de um x_0 vai aproximando as soluções de f pela fórmula de interação acima. Após simplificar a expressão resultante, preencha a tabela abaixo com os próximos x_1, x_2, x_3 até aproximar a solução de $f(x)$ com 1 casa decimal.

Solução cont.

A simplificação ficara $x_{k+1} = 2\,x_k^3 + 1$
Se ele iniciar com $x_0 = 0$ terá

k	x_k	x_k^3	$f(x_k)$	Erro
0	0	0	-1	2
1	1	1	2	1
2	3	Divergindo	com (26)	esse xo
Tentando	outro chute			
0	0,5	0,125	0,875	0,125
1	1,25	1.953125	0.953125	0.046875<0,1
2	4.90625	????		Pode-se considerar que convergiu

Forma de correção. Errou a forma como o erro foi calculado ou n'ao explicou o que fez adequadamente -0.5

2 - **(Valor questão 2.5)** Descreva como se faz o uso do método dos Trapézios para integrar a função da questão1 entre -1 e 1, considerando um erro de 0.01. Faça uma tabela com os valores necessários para chegar a essa integral e a calcule por esse método.

Integrar $f(x) = x^3 - 1$ entre -1 e 1.

Considerando ser h a distância entre os pontos igualmente espaçados, e a formula do erro deste método como sendo

$$|E_T| \le \frac{h^2}{12}(b-a)M_2$$

onde

$$M_2 = \max_{a \le x \le b} |f''(x)|$$

A primeira coisa a fazer será calcular o *h* para se ter um erro menor ou igual ao pedido.

Assim primeiro devemos calcular $M_2 \Rightarrow f'(x) = 3\,a\,x^2 \Rightarrow f''(x) = 6\,a\,x$

no caso do aluno que estamos considerando $f''(x) = 6\,x$ que entre *-1 e 1* tem valor máximo em *1* e igual a *6*, assim $M_2 = 6$ e $0{,}01 \leq h^2\,(1-(-1))\,*6/12 \leq h^2$ logo $0{,}01 \leq h^2$
$0{,}1 = h \Rightarrow (1-(-1))/n = 0{,}10 \Rightarrow 2/0{,}10 = n \Rightarrow n = 20$ *20* divisões entre *-1 e 1*.
Cada uma com $h=0{,}1$
Depois de calcular o *h ou o n,* se deve fazer uma tabela como a abaixo, onde $f(x) = x^3 - 1$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
xi	-1	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0
F(xi)	-2	-1.729	-1.512	-1.343	-1.216	-1.125	-1.064	-1.027	-1.008	-1.001	-1

i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
xi	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
F(xi)	-0.999	-0.992	-0.973	-0.936	-0.875	-0.784	-0.657	-0.488	-0.271	0

Soma usando os pesos dos Trapézios e multiplicando por h/2 = -2

(Forma de correção da questão 2:
- Errou o cálculo do h pelo erro máximo => perde 0,5
- Não multiplicou no final o somatório por h/2 corretamente **=> perde 0,5**
- Usou o valor de h teórico no cálculo da integral e não o que realmente usou na tabela => perde 0,5
- Errou o valor da integral numérico quando comparou com o erro da integral analítica => perde 0,5
- apenas calculou o h e n mas não fez os cálculos do valores pelo método => ganha apenas 0,5 na questão)

3 – **Fale** o que seria mantissa, expoente, de um numero de ponto flutuante. De **2 exemplo** da descrição deste número em decimais e binários, considerando os a e b da questão 1, e que o expoente pode ter apenas o número de dígitos do menor digito do número de sua matricula e a mantissa poder ter o número de dígitos do maior. Vamos chamar esses exemplos que você fornecer de c e d. Agora diga se essa verdade matemática continua válida usando os valores em ponto flutuante em decimais e binários (ou seja faça essas contas com os mesmo números associados devidamente) : ((c+d)-c)-d=(c-c)+(d-d)=c+(d-c)-d

Mantissa são os dígitos dele depois do ponto decimal quando for escrito como um número menor que 1 na base usada.
Expoente são os valores que a base deve ser elevada para formar o número.
Por exemplo no caso acima vamos supor **a=1** (menor) e **b=8** (maior digito da matricula).
Vamos chamar de c=8 e d=18
Na base decimal esses números como ponto flutuante serão: $0{,}8\ 10^1$ e $0{,}18\ 10^2$
Mantissa 8 e 18 respectivamente e expoente 1 e 2.
Na base binária os números ficam 1000 e 10010 em ponto flutuante binários 1.0 com expoente 3, o 8 e 1.001 com expoente 3 o 18=10010 fica 1.0010 com expoente 4
Pois em binário a mantissa tem que ser maior que 1. Ou melhor: a forma normalizada, a mantissa é sempre um número binário entre **1 e 2** (incluindo 1, mas excluindo 2).

((c+d)-c)-d=(c-c)+(d-d)=c+(d-c)-d em decimal considerando que o expoente só pode ter 1 e a mantissa 8 digitos
(c+d)=$0{,}8\ 10^1 + 0{,}18\ 10^2 = 0{,}8\ 10^1 + 0{,}18\ 10^1 = 0{,}88\ 10^1$

(c+d)-c)= $0{,}88\ 10^1 - 0{,}8\ 10^1 = 0{,}08\ 10^1 = 0{,}8\ 10^0$

((c+d)-c)-d= $0{,}8\ 10^0 - 0{,}18\ 10^2 = 0{,}08\ 10^1 - 0{,}18\ 10^1 = 0{,}1\ 10^1$

(c-c)+(d-d)= zero sempre

(d-c) = $0{,}18\ 10^2 = 0{,}8\ 10^1 = 0{,}18\ 10^1 - 0{,}8\ 10^1 = 0{,}62\ 10^1$
c+(d-c)-d = $(0{,}8 + 0{,}62 - 0{,}18)\ 10^1 = 1{,}24\ \ 10^1$

ou seja mesmo em decimal ficou tudo diferente!!
E em binário deve ficar mais ainda

(Forma de correção da questão 3:

1- **recebe 0,5 – por dar exemplos corretos**
2- **recebe 0,5 – por explicar corretamente**
por fazer cada parte da igualdade das contas
3- ((c+d)-c)-d= **recebe 0,5 –**
4- (c-c)+(d-d)= **recebe 0,5 –**
5- c+(d-c)-d **recebe 0,5 –** total da questão 2,5)

4- Como você poderia obter uma função a partir dos valores tabelados na questão 2 usando Interpolação de Lagrange. Interpole a função da questão 1 nos pontos onde ela poderia ser integrada pelo método da quadratura Gaussiana, e calcule a integral da questão 2 por esse método. Qual o erro obtido pelo método da questão 2 e agora por Quadratura Gaussiana, considerando a tabela de pontos e pesos dada?

A função da equação 1 para esse aluno fica: $f(x) = x^3 - 1$, já esta tabelada na questão 2, como é um polinômio de grau 3, pode ser definida por 4 pontos. Escolhe-se, então 4 pares de pontos na tabela. Os chamaremos de pares 0 a 3, como segue par 0= (-1; -2); par 1= (-0.5; -1.125), par 2= (0.5; -0.875), par 3= (1,0)

Pela formula de Lagrange temos:
L= (x+0.5) (x-0.5) (x-1) / (-1+0.5) (-1-0.5) (-1-1) = (x+0.5) (x-0.5) (x-1) / (-1.5)
L1=(x+1) (x-0.5) (x-1) / (-0.5+1) (-0.5-0.5) (-0.5-1) = (x+1) (x-0.5) (x-1) / (0.75)
L2=(x+1) (x+0.5) (x-1) / (0,5+1) (0.5+0.5) (0.5-1) =(x+1) (x+0.5) (x-1) / (-0.75)
L3=(x+1) (x+0.5) (x-0.5) / (1+1) (1+0.5) (1-0.5) = (x+1) (x+0.5) (x-0.5) / (1.5)

p(x)=-2*(x+0.5) (x-0.5) (x-1) / (-1.5) -1.125*(x+1) (x-0.5) (x-1) / (0.75)-0.875*(x+1) (x+0.5) (x-1)/ (-0.75)
p(x)= 1.3333*(x+0.5) (x-0.5) (x-1)- 1.5*(x+1) (x-0.5) (x-1) + 1.16666*(x+1) (x+0.5) (x-1)
será a função a obtida a partir dos valores tabelados na questão 2

Por quadratura Gaussiana posso usar apenas 2 pontos para não ter erro em polinômios até o grau 3, que é o polinômio dado.
Assim apenas deve-se avaliar o polinômio gerado por Lagrange em -0,57735 e 0,57735
Avaliando esses valores na expressão acima tem-se:

p (-0.57735) = 1.3333*(-0.57735+0.5) (-0.57735-0.5) (-0.57735-1)- 1.5*(-0.57735+1) (-0.57735-0.5) (-0.57735-1) + 1.16666*(-0.57735+1) (-0.57735+0.5) (-0.57735-1)=
1.3333*(-0.07735) (-1.07735) (-1.57735)-1.5*(0.42265) (-1.07735) (-1.57735) + 1.16666*(0.42265) (-0.07735) (-1.57735)=- -1.1924454424

p (0.57735)= 1,3333*(0.57735+0.5)(0.57735-0.5) (0.57735-1)- 1,5*(0.57735+1) (0.57735-0.5) (0.57735-1)+ 1,16666*(0.57735+1)(0.57735+0.5)(0.57735-1)
p (0.57735)= 1,3333*(1.07735)(0.07735) (-0.42265)- 1,5*(1.57735) (0.07735) (-0.42265)+ 1,16666*(1.57735)(1.07735)(- 0.42265)= -0.8075496

Na quadratura Gaussiana, o peso destes 2 pontos e 1, assim basta soma-los, o que resulta:
-1.999995131296946
Como a integral analítica desta expressão e 2 tem-se um **erro** de 0.0000048687

(Forma de correção da questão 4: {e importante explicar como fazer o polinômio, o seu grau e como ele seria concretamente calculado com os valores tabelados, além de com ele definir o número de pontos necessário para calcular a integral por Quadratura Gaussiana.
Apenas com todos os detalhes claramente explicados a nota da questão = 2.5.
Só explicar parcialmente, ou sem fazer a nota vai variando de acordo com a completude da resposta de 1 a 1.5)