

**1 - O que são quatérnios?**

Podem responder de diversas maneiras, quanto mais completa a resposta melhor. Por exemplo:

São abstrações matemáticas. São elementos de dimensão 4. Tem um componente real e 4 imaginários . São números na forma  $(p_0 + p_1i + p_2j + p_3k)$

Onde  $p_0, p_1, p_2$  e  $p_3$  são números reais e  $i, j, k$  raiz quadrada de menos 1, ou o número imaginário puro. Por exemplo  $5 + 3i + 3j - 4k$  é um quaternion. Podem ser considerados números complexos formado por outros números complexos na posição que antes seria de números reais: como  $a + bi$  , se  $a$  e  $b$  fosse outro s complexos , como  $a = 5 + 3i$  e  $b = 3 + 4i$

**Considerando que a multiplicação de dois genéricos  $p, q$  é descrita pela fórmula:**

$$p \otimes q = (p_0 + p_1i + p_2j + p_3k)(q_0 + q_1i + q_2j + q_3k)$$

$$= p_0q_0 - (p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3) + p_0(q_1i + q_2j + q_3k) + q_0(p_1i + p_2j + p_3k) + (p_2q_3 - p_3q_2)i + (p_3q_1 - p_1q_3)j + (p_1q_2 - p_2q_1)k$$

**Explique como se faz uma rotação de 180 graus em torno do eixo  $z=0$  usando quatérnios. Forneça a expressão resultante desta operação.**

Para fazer a rotação de 180 graus em torno do eixo  $z=0$  , isso é de  $(0, 0, 1)$  , consideramos os pontos a serem rotacionados como quatérnios sem a parte real , por exemplo:  $p = \langle xi + y j + z k \rangle$  , no seja  $p_0=0$  e  $p_1, p_2$  e  $p_3$  as coordenadas genéricas nas direções  $x, y, z$  respectivamente.

Depois montamos um quaternion unitário usando metade do ângulo a ser girado.  $q = \langle \cos 90, \sin 90 (0,0,1) \rangle = \langle 0, 0, 0, 1 \rangle$

Pois  $\cos 90 = 0$  e  $\sin 90 = 1$  .

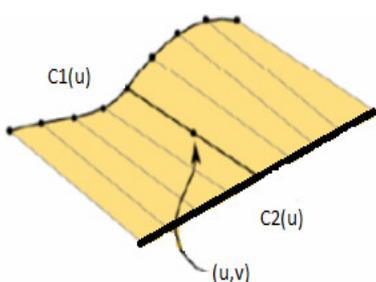
O giro será dado pela multiplicação  $qxpqx'$  onde aqui  $q'$  representa o complexo conjugado de  $q$  , ou seja  $q' = \langle 0, 0, 0, -1 \rangle$

Logo a multiplicação em torno do eixo pedida será resultado de  $\langle 0, 0, 0, -1 \rangle \langle 0 x y z \rangle \langle 0, 0, 0, -1 \rangle$

Usando a expressão dada para cada 2 vetores temos:  $\langle 0, -x, -y, z \rangle$

**2 - Considere a superfície sombreada na figura abaixo. Ela é limitada por 3 retas e uma curva.**

Agora, diga se são **V=verdadeiras** ou **F=falsa cada uma das frases abaixo (de a a e)** .Quando **F=falsas** diga o que nela precisaria **ser modificado para a frase passar a ser V=verdade**.



a) Se a curva  $C1$  for descrita como  $y = a x^3 + b x + c$  , onde  $a, b, c$  são números reais, ela será representada na forma paramétrica .

**Falso, a forma  $y = a x^3 + b x + c$  é uma representação de curvas não paramétrica explícita. OU a frase correta seria:** Se a curva  $C1$  for descrita como  $y = a x^3 + b x + c$  , onde  $a, b, c$  são números reais, ela será representada na forma **não** paramétrica . OU Se a curva  $C1$  for descrita como  $y = a x^3 + b x + c$  , onde  $a, b, c$  são números reais, ela será representada na forma explícita .

b) Se as retas forem representadas como  $C2(u), C3(v)$  e  $C4(v)$  elas serão descritas na **forma paramétricas**.

Verdadeiro

c) As retas nunca podem ser consideradas como **curvas de Bezier**. Pois a forma:  $C(w) = (1-w) P_0 + w P_1$  onde  $w$  é o parâmetro e  $P_0$  e  $P_1$  os pontos de controle não a representa.

**Falso, a forma é uma curva de Bezier do primeiro grau, sim! Que por ter só 2 pontos de controle, vira umareta**

d) Como a curva  $C1(u)$  tem um ponto de inflexão ela precisa ser do **segundo grau**.

**Falso, a forma com um ponto de inflexão precisa ser do terceiro grau, ou um polinômio que tenha potencia 3.**

e) Se o parâmetro  $u$  for igualmente espaçado cada um dos pontos mostrados corresponderá a:  $u = \{ 0 ; 0,125 ; 0,25 ; 0,375 ; 0,5 ; 0,625 ; 0,75 ; 0,875 ; 1 \}$  respectivamente.

Verdadeiro

Restante da questão (em verde) feito em casa?

Agora suponha que os limites da superfície mostrada sejam os pontos  $A = (0; 0; 0)$ ,  $B = (10; 5; 0)$ ,  $C = (10; 5; 10)$  e  $D = (0; 0; 10)$  correspondendo em função dos parâmetros  $u$  e  $v$  aos pontos  $(0; 1)$ ,  $(1; 1)$ ,  $(1; 0)$ ,  $(0; 0)$  e indique na figura onde se encontram os pontos A, B, C e D e o início das coordenadas paramétricas  $(u; v)$ .

Considerando que a curva  $C1(u)$  seja de Bezier, com pontos de controle intermediários  $E = (10; 0; 0)$  e  $F = (0; 8; 0)$  g) defina as expressões que definem as coordenadas  $x, y, z$  dos pontos da curva em função dos valores de  $u$ . Para isso lembramos a você que expressão genérica da curva de Bezier é :

$$\vec{P}(t) = (1-t)^3 \vec{V}_0 + 3(1-t)^2 t \vec{V}_1 + 3(1-t)t^2 \vec{V}_2 + t^3 \vec{V}_3$$

onde  $t$  é um parâmetro genético e  $V_0, V_1, V_2$  e  $V_3$  são os pontos de controle,  $V_0$  e  $V_3$  os iniciais e finais, respectivamente e  $V_1$  e  $V_2$  os intermediários.

Considerando o conceito de **interpolação linear** como ficariam as coordenadas dos pontos da reta  $C2(u)$ . Quais as coordenadas  $x, y, z$  de  $C2(0,5)$ .

O que significa **interpolação bilinear**? Como você poderia definir a coordenada  $(x, y, z)$  do ponto central da superfície indicado na figura? Qual esse valor?

**3- Descreva e exemplifique o uso da técnica de eliminação de faces invisíveis de objetos em relação ao observador usando as coordenadas 3D do mundo ou da cena.**

A técnica se baseia em calcular o ângulo entre o observador e a normal da face que será considerada visível ou não.

Se o observador estiver na frente da face ele a vê perfeitamente. O ângulo que ele faz com a normal da face neste caso é zero. Ele pára de ver a face quando ela fica ao seu lado ou atrás dele. Ou seja, quando o ângulo entre ele e a normal for de mais de 90 graus em qualquer direção. Ou em outras palavras o observador vê a face quando o ângulo entre o observador e a normal da face for menor que + 90 ou maior que -90 graus. Nos casos em que a face é visível, todas as suas áreas e arestas, ou linhas que unem os vértices serão desenhadas, ou ainda a face será preenchida com a cor do objeto que representa. Caso contrario passa-se as fases seguintes, e ela não é desenhada.

Ou seja, um algoritmo teria um contador que verificaria cada fase, pegaria 3 pontos dela, ou 2 arestas e calcularia o produto vetorial para ver a direção da normal. Depois considerando uma reta que une um ponto desta face ao observador e a normal se calcula o produto interno, pois ele está associado ao ângulo entre essas duas direções. Se esse produto interno for positivo a fase está visível, e será pintada, ou suas arestas desenhadas (se só se quiser ter feito de visibilidade por linhas).

**Quando ela pode não ser adequada.**

Em dois casos: 1- muitos objetos em cena com um a frente do outro; e 2 – se o objeto a ser considerado for não convexo.

**4- Fale sobre os modelos de *rendering* que você conhece.**

Aqui ele tem que mencionar algo ligado aos modelos de iluminação ou de visibilidade, deixamos a resposta ampla mesmo para ter uma idéia do quando o aluno tem noção da matéria dada.

**5- Descreva com suas palavras. Qual o efeito visual que intensifica a noção dos limites dos polígonos ao se usar a técnica de *shading constante* ou *flat shading*?**

Deve mencionar o efeito de bandas de Mach que intensifica os contrastes entre bordas de áreas com tons constantes independente da intensidade relativa entre elas.