

P1 2025 -1 Nome _____ Número de Matricula _____

1 - Você sabe que a raiz quadrada de 2 pode ser aproximada por $\pm 1,4142135624$ (considerando 10 casas depois da virgula ou decimais). Veja que o calculo de uma aproximação desta raiz pode ser transformada em descobrir os zeros da função: $F(x) = x^2 - 2 = 0$

Use o **Método da Bissecção** para aproximar a raiz **negativa** de 2 se seu número de matricula for **impar** ou a **positiva** se for **par** numero de matricula. Considere a precisão de **2 casas decimais**. Ou seja, se houver erro esse deve ser menor que 0,01. No cálculo deste erro considere o truncamento dos valores. Para fazer isto complete a tabela abaixo.

iteração	a_i	$F(a_i)$	b_i	$F(b_i)$	$x_i = 0,5(b_i + a_i)$ (metade do intervalo)	$F(x_i) = x_i^2 - 2$ $F(x_i) < 0,01?$	Erro = (x_i) - raiz desejada $< 0,01?$	Obs. Que lado tem troca de sinal da função?	Obs. x_i substitui qual limite?

2 - Sabendo que o Método de Newton-Raphson para resolver equações as substitui por uma função iterativa na forma

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

Resolva por esse método a equação anterior, isto é: $F(x) = x^2 - 2 = 0$. Mas agora: (1) Considere a precisão de 3 casas decimais. Ou seja, um erro menor que 0,001. (2) Troque a raiz a aproximar de acordo com o seu número de matricula ser impar ou par. Ou seja, procure aproximar a raiz negativa de 2 se seu número de matricula for par ou a positiva se for impar (seu número de matricula). (3) E você deve resolver considerando as iterações descritas na tabela que segue, iniciando de um número positivo ou negativo dependendo da que quiser aproximar.

iteração	x_i	(x_i+1)	Erro= (x_i) - raiz desejada $< 0,001 ?$	Obs Convergiu ?

3 – Seja um **Sistema de equações lineares** definido por uma matriz **A**, o vetor **B** e o vetor **X** na forma **AX = B**. Considerando a regra de Cramer, cuja formula geral é

$$x_1 = \frac{D_{x1}}{D}, \quad x_2 = \frac{D_{x2}}{D}, \quad x_3 = \frac{D_{x3}}{D}, \quad \dots, \quad x_n = \frac{D_{xn}}{D}$$

sendo **D** o determinante da matriz **A**, e $D_{x1}, D_{x2}, D_{x3}, \dots, D_{xn}$ os determinantes das matrizes obtidas trocando cada coluna dos coeficientes de **A** pela coluna dos termos independentes, **B**, respectivamente. Resolva o sistema de equações lineares da direita se seu número de matrícula for par ou o da esquerda se for impar.

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 99x + 100y = 99.5 \end{cases}, \quad \begin{cases} x + y = 1 \\ 99.4x + 99.9y = 99.2 \end{cases}$$

4 - Considere o sistema ao lado.

$$\begin{array}{rrrrrr} x_1 & + & \frac{1}{2}x_2 & + & \frac{1}{3}x_3 & = & 1 \\ \frac{1}{2}x_1 & + & \frac{1}{3}x_2 & + & \frac{1}{4}x_3 & = & 1 \\ \frac{1}{3}x_1 & + & \frac{1}{4}x_2 & + & \frac{1}{5}x_3 & = & 1 \end{array}$$

Verifique se com alguma troca de linha ou colunas ele converge, por algum critério que garanta a convergência por um método indireto ou iterativo. Reescreva o sistema na forma matricial para a melhor configuração possível (para os métodos indiretos ou iterativos). Ou seja, diga como seria a Matriz **A**, o vetor **B** e o vetor **X** na forma **AX = B**. Indique como seriam as iterações desse sistema, para ser resolvido pelo método de Gauss-Seidel.

5 - Indique como seria o sistema iterativo pelo Método de Newton-Raphson, cuja expressão é:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

que resolveria os sistemas (1) ou (2). Se seu número de matrícula for par considere o segundo.

Se for impar use o primeiro. (1) $x^5 + 3x^2 - x + 1 = 0$ (2) $x^5 + 2x^3 - x + 1 = 0$. Como você faria uma tabela para resolver esse sistema. Não é preciso resolver até a convergência, mas na tabela faça pelo menos as iterações iniciais, para mostrar que sabe usar o método e verificar se os resultados das iterações indicam convergência do procedimento.

6 - Considere **4 números decimais** formados, cada um **agrupando 2 dígitos de sua matrícula, iniciando pelas extremidades e desprezando o central**. (Por exemplo, se seu número fosse: 319005112, esses seriam na base decimal $(31)_{10}$, $(90)_{10}$, $(51)_{10}$ e $(12)_{10}$). Represente esses números na forma normalizada de pontos flutuantes, na base decimal. Indicando qual é a mantissa, quantos são os números de algarismos da mantissa e o expoente de cada um deles.

Suponha que a máquina que você está usando considera apenas **2 algarismos** significativos na **mantissa** nas operações, com **truncamento** dos demais e com **expoentes** de **-4 a 4**: **F(10, 2, -4, 4)**. Com essas considerações some o **primeiro** número **com o segundo**. O resultado **subtraia do terceiro somado ao quarto, sempre** usando a regra de soma e subtração dos números de ponto flutuantes e **nesta ordem**. Verifique se o resultado foi o mesmo usando a distributividade (i.e. somando o primeiro com o segundo e esse resultado subtrair do terceiro, e resultado subtrair do quarto).

Transforme esses números para a **base binária**. Indique qual é a mantissa, quantos são os números de algarismos da mantissa e o expoente de cada um deles em binário. Agora, suponha que a máquina que você está usando **considera o sistema de ponto flutuante** denotado por **F(b; n; e1; e2)= F(2, 8, -6, 6)**; i.e. **8 algarismos significativos na mantissa** nas operações binárias, com truncamento dos demais e com **expoentes de -6 a 6**. Faça as mesmas operações de soma e subtração com eles neste sistema, e **verifique se os resultados satisfazem a regras de associatividade e distributividade** das somas e subtrações.