P1 - 2026 - CG - nome ______________________________ Número de matricula: ___________

1 - Abaixo são descritos, em coordenadas homogêneas, os 7 vértices de um desenho formado por 5 linhas retas. Pede-se:

D=

-1	0	0	1	2	2	3
0	0	1	2	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1

1.1) Que matriz 3x3 faria esse desenho ficar com o dobro da altura? Escreva esse array 3 x 7 com as novas coordenadas do desenho

Resposta: A matriz A2 faz o desenho ficar 2x mais alto =. Os novos pontos estão descritos em D2

A2=

1	0	0
0	2	0
0	0	1

D2=

-1	0	0	1	2	2	3
0	0	2	4	2	0	0
1	1	1	1	1	1	1

Valores da questão: A2 = 0,5 pontos

D2= A2 * D são obtidos por multiplicação 0,2, D2 = 0,3 pontos

1.2) Que matriz 3x3 faria esse desenho mais alto iniciar no ponto (5 , 0 , 1) ? Escreva esse array 3 x 7 com as novas coordenadas do desenho. Como essa matriz é obtida?

Resposta: Como o objeto inicia em (-1 , 0), para iniciar em (5 , 0) precisa se transladar de (6, 0), A matriz T faz isso. Os novos pontos estão descritos em Dt. Ela é obtida pela multiplicação das 2 matrizes

T=

1	0	6
0	1	0
0	0	1

Dt=

5	6	6	7	8	8	9
0	0	2	4	2	0	0
1	1	1	1	1	1	1

Valores da questão: T = 0,5 pontos Dt= T* D2 = 0,5 pontos (não falar que D é obtida pela multiplicação das 2 matrizes menos 0,1 pontos)

1.3) Que matriz 3x3 faria esse desenho parecer espelhado em relação ao eixo vertical ? Escreva esse array 3 x 7 com as novas coordenadas do desenho

Resposta: matriz E faz o desenho parecer espelhado. Os novos pontos estão descritos em Df

E=

-1		
	1	
		1

Df=

-5	-6	-6	-7	-8	-8	-9
0	0	2	4	2	0	0
1	1	1	1	1	1	1

Valores da questão: E = 0,5 pontos Df= E* Dt = 0,5 pontos

1.4) Se esse desenho fosse o resultado de uma projeção que transformou um objeto 3D nestas coordenadas 2D, que projeção seria essa?

Resposta: Projeção Paralela Ortográfica **Valor da questão: 1 pontos**

1.5) Se esse desenho fosse um objeto 3D, que giro por ângulos de Euler seria equivalente a ele parecer espelhado em relação ao eixo vertical? Diga que matriz 4x4 faria essa rotação

Resposta.: Rotação em torno de eixo y de 90 graus no sentido positivo deste eixo. A matriz em coordenadas homogêneas que faz isso é:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

0	0	1	0
0	1	0	0
-1	0	0	0
0	0	0	1

Valor da questão: 1 pontos

2.1) Descreva como seria um quatérnio que só tivesse valor não nulo na direção do eixo vertical e o conjugado dele?

Resposta.: q= a j onde a é um valor real qualquer, por exemplo q=100 j, conjugado q*= -a j

Valor da questão: 1 pontos

2.2) Como seria o quaternio de rotação em torno do eixo y de 180 graus

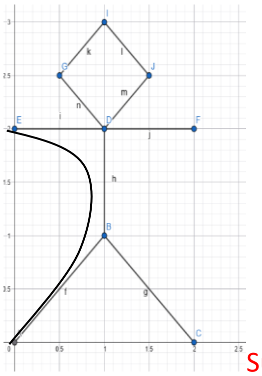
Resposta.: A parte vetorial dele esta na direção n= (0, 1, 0), o angulo de 180 graus aparece dividido por 2. logo 90 graus, o cosseno deste angulo (coseno 90 = 0) multiplica a parte escalar e o seno (cosseno 90 = 1) a parte vetorial . Assim esse quaternio de rotação é q= 0 , 0, 1, 0 . Para um desenho é equivalente, mas para um objeto não, pois mostrariam faces de frente e verso, respectivamente.

obs.: Um quaternio de rotação genérico tem a forma q = <cosβ/2, senβ/2(nx, ny, nz)>, onde βé o angulo que gira em torno do eixo (nx, ny, nz) . Os pontos p a serem rotacionados são considerados como quaternios p = <0, x, y, z > onde x, y, z serão as coordenadas dos pontos a serem girados pela multiplicação q p q*.

Valor da questão: 1 pontos

3) Diga o que caracteriza uma projeção em perspectiva.

Resposta. Há diversas coisas eles deve responder pelo menos umas destas. 1) O centro de projeção estar a uma distancia finita do objeto a ser representado; 2) ter algum ponto de fuga das retas que no desenho aparecem como paralelas; 3) as distâncias dos elementos projetados parecerem ir se reduzindo em pelo menos uma direção dos eixos do objeto representado

4.1 - 

Suponha que os pontos A, B, D, E correspondam aos V_0, V_1, V_2 e V_3 da expressão $\vec{P}(t) = (1-t)^3\,\vec{V}_0 + 3(1-t)^2 t\,\vec{V}_1 + 3(1-t)t^2\,\vec{V}_2 + t^3\,\vec{V}_3$

Como você obteria $P_x(t)$ e $P_y(t)$, para t={0;1/4;2/4;3/4;4/4}

Resposta. Substituindo as coordenadas destes 4 pontos na expressão dada. É preciso deixar claro que o que define a curva são os pontos de controle.

Ela sempre será interior ao polígono limitado por eles. Inicia o primeiro ponto acaba no ultimo e sai na tangente (direção da reta) entre o primeiro e segundo e chega com a tangente (direção da reta) do penúltimo para o último.

Usando as coordenadas de $Ax=0=V_{0x}$, $Bx=1=V_{1x}$, $Dx=1=V_{2x}$, $Ex=0=V_{3x}$ com os diversos t, isso é t={0;1/4;2/4;3/4;4/4} na expressão de P(t) , obtendo assim o conjunto de pontos $P_x(t)$

Ou seja, como $0=V_{0x}$, $1=V_{1x}$, $1=V_{2x}$, $0=V_{3x}$ os pontos x(t) da curva serão:

$X(t) = 3t(1-t)^2 + 3t^2(1-t) = 3t- 3\ t^2$

Usando as coordenadas de $Ay=0=V_{0y}$, $By=1=V_{1y}$, $Dy=2=V_{2y}$, $Ey=2=V_{3y}$ os pontos y(t) da curva serão: $y(t) = 3t(1-t)^2 + 6t^2\ (1-t) + 2t^3 \quad = 3t - t^3$

com os diversos t, isso é t={0;1/4;2/4;3/4;4/4} na expressão de x(t) , obtendo assim o conjunto de pontos $P_x(t)$: t=0 temos = 0 , t=1/4 x= 0,56 , t=0,5 x= 0,75 , t= 0,75 x = 0,56 , e t= 1 x= 0

com os diversos t, isso é t={0;1/4;2/4;3/4;4/4} na expressão de y (t) , obtendo assim o conjunto de pontos $P_y(t)$ 0 0,734 1,375 1,828 2

Esses 5 pontos estão plotados usando as coordenadsa da figura data como pedido no final da questão.

Valor da questão: 1 pontos

Sobre a correção: O ideal aqui é o aluno mostrar que sabe que sabe gerar os pontos, e que o primeiro e último, pelo menos são conhecidos e iguais a A e E , ou seja sabe quando t=0 a curva sai de (0,0) com tangente na direção da "perna" e em t=1 chega a (0,2) com tangente na direção do "braço".

Que nunca haverá ponto além do polígono formado pelos 4 pontos. O aluno desenhar os conjuntos de pontos (x,y) sera muito bem-vindo.

4.2 - Como você poderia usar a mesma expressão para ter uma curva plana entre A e E ?

Resposta. É preciso deixar claro que depois de ter a expressão da curva definida pelos pontos de controle se varia t para desenha-la.

Usando muito mais divisões em t, de modo que os pontos parecessem um ao lado do outro. Por exemplo fazendo um código para calcular 1000 (mil) pontos, ou t a cada 0,001, ou seja usando t=(0; 0,001; 0,002; 0,003....0,998; 0,999; 1}

Logicamente o valor de t depende da relação entre o desenho e as coordenadas em pixel da tela e a distancia em que uma pessoa olhar essa curva. Não adianta gerar muitos pontos se está ocupando uma parte pequena da tela.

Essa curva está plotada usando as coordenadas da figura data no enunciado, como pedido no final da questão.

Valor da questão: 1 pontos **Obs:** A correção desta questão está bem relacionada com **o que o aluno responder,** procura-se ver se o aluno conhece como os pontos serão gerados e depois acessos na tela. O aluno desenhar a curva no gráfico da prova (como acima) sera muito bem-vindo.