Gabarito - P1 de CG – 2019 /1

1- Mencione qual a vantagem de usar estruturas de dados baseada em **Faces e Vértice**s para criar objetos ao invés de apenas uma estrutura baseada em **coordenadas dos Vértices**. Mencione qual a vantagem de usar estruturas baseada em **Faces, Arestas e Vértices** ao invés de uma estrutura baseada em **Faces e Vértices na criação de objetos**. (0,6)

Resposta no texto no site do curso da Aula 4: com a estrutura *baseada em Faces e Vértices fica mais simples dar realismo (renderizar) isto é ver se a face é visível ou não e fazer variações de cores adequadas a cada face, transformar faces e manipula-las. (0,3)*
A vantagem de usar uma estrutura baseada em Faces, Arestas e Vértices é que com ela fica simples verificar a formula de Euler-Poicare (que ajuda a verificar se as estruturas de dados estão corretas), renderizar cada aresta adequadamente, transformar as arestas retas (para curvas por exemplo) e manipula-las. Ou seja, a estrutura baseada em Faces, Arestas e Vértices permite fazer mais transformações depois em todas as partes do objeto.(0,3)

2- Como ficariam as estruturas de dados baseada em **Faces, Arestas e Vértices em coordenadas homogêneas** de um quadrado de lado 10 com um dos vértices na origem do Sistema de Referência do Objeto – SRO **? Verifique se** formula de Euler-Poicare é atendida. (0,8)
(resposta no texto no site do curso da Aula 4 e 8)

Fq1	Aq1	Aq2	Aq3	Aq4
Fq2	Aq1	Aq3	Aq2	Aq4

(0,2)

Aq1	Vq1	Vq2
Aq2	Vq2	Vq3
Aq3	Vq3	Vq4
Aq4	Vq4	Vq1

(0,2)

Vq1	Vq2	Vq3	Vq4
10	10	0	0
10	0	0	10
1	1	1	1

(0,2)
Verificando a formula de Euler:Temos F=2, A=E= 4, V=4, H=0,G=0, C=1 logo F - E + V – H = 2 (C – G) => 2=2 ! logo está atendida. (0,2)

3- (3.0 = valor total da questão) Considerando a estrutura de **Vértices em coordenadas homogêneas** do quadrado da questão anterior, calcule como fica a matriz de transformação e as novas coordenadas homogêneas 2D deste objeto em cada um dos casos pedidos abaixo. Depois faça o desenho do objeto transformado indicando o nome ou número de cada vértice. As transformações pedidas são:
a- Identidade (0,4= valor deste item da questão)
b- Giro em torno do **Ponto Central do quadrado** de 90 graus (90^o) no sentido anti-horário (lembre que *sen* 90^o=1 e *cos* 90^o=0) (0,8 = valor deste item da questão)
c- Matriz de transformação de Cisalhamento de 1 unidade na direção horizontal. (0,8)
d- Se o seu numero de matricula na UFF for impar: Matriz de transformação Perspectiva 2D com valor 0,1 na posição correspondente a transposta do deslocamento horizontal (0,8 , veja que não será feito ambas)

d- Se o seu numero de matricula na UFF for par: Matriz de transformação Perpectiva 2D com valor 0,1 na posição correspondente a transposta do deslocamento vertical

i- Ainda : diga: em que a figura inicial se transformou, como ficaram os comprimentos dos seus lados (arestas) e como os ângulos variaram e o que ocorre com as arestas inicialmente paralelas do quadrado em cada caso. (valor deste item incluído em a,b,c,d...)

ii- Responda: o que diferencia a transformação de Cisalhamento da transformação Perspectiva em termos das matrizes e dos efeitos nos quadrados? (0,5)

iii- Finalmente com base no item anterior responda : você acha que poderia haver uma transformação de Cisalhamento que tivesse o mesmo efeito nos quadrados de uma transformação Perspectiva (ou vice versa) ? (0,5)

Dica: Para facilitar a visualização desenhe cada aresta do quadrado com alguma identificação diferente, mas sempre correspondente a original.

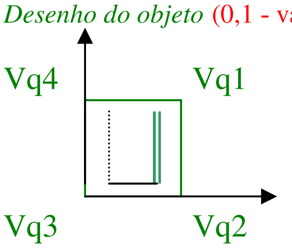
a- *Identidade 3x3 em coordenadas homogêneas do objeto 2D* (0,1 - valor da questão até aqui)

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

*Coordenadas do objeto final 3x4 = Identidade 3x3 * Coordenadas do objeto inicial* 3x4 (0,1 - valor deste item da questão)

$$\begin{vmatrix} 10 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 10 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 10 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 10 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Desenho do objeto (0,1 - valor deste item da questão)



i-*Nada o corre com a figura inicial, ela é continua um quadrado com faces de mesmo comprimento, cada ângulo reto e lados paralelos.* (0,1 valor deste item)

------

b - *Lembrando que a rotação no sentido positivo é a no sentido anti-horário, ou trigonométrico positivo, em torno da origem quando o ponto é pós multiplicado é dada por: (se o aluno estiver usando cada coordenada de vértices cm linha, e colocando as coordenadas antes da matriz e3 rotação para fazer a multiplicação) ela deve ser a transposta da mostrada abaixo*

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

(0,1 valor deste item da questão)

Como o Ponto Central do objeto é P=(5,5,1). Deve-se levar esse ponto P do objeto para a origem, girar ele e depois voltar para a posição anterior do ponto P. A matriz que faz isso é resultado da multiplicação das matrizes que seguem:

$$\begin{vmatrix} ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \\ ? & ? & ? \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

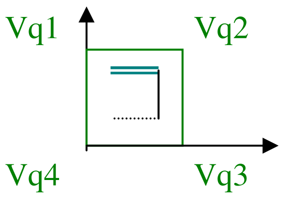
$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 10 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Multiplicando os pontos da figura, o giro ficará em torno do ponto P (valor deste item da questão = 0,3) (*Observar se a ordem da multiplicação está correta, pois deve ser a mesma se feita passo a passo pelos pontos)*

*Coordenadas finais 3x4 = Rotação em P 3x3 * Coordenadas iniciais 3x4* (valor deste item = 0,2)

$$\begin{vmatrix} 0 & 10 & 10 & 0 \\ 10 & 10 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 10 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 10 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 10 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Desenho deste objeto (valor deste item da questão= 0,1)



i-A figura inicial gira de 90 graus no sentido anti-horário, ela continua um quadrado com faces de mesmo comprimento, cada ângulo reto e lados paralelos, só parece que foi alterada pelos identificadores das arestas. (valor deste item da questão = 0,1)

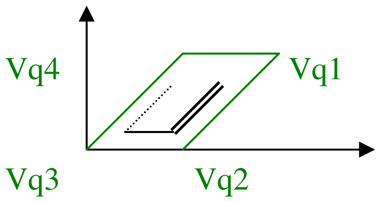
----

*c- Coordenadas finais 3x4 = Cisalhamento pedido * Coordenadas iniciais 3x4*

$$\begin{vmatrix} 20 & 10 & 0 & 10 \\ 10 & 0 & 0 & 10 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 10 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 10 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

(0,1 pela matriz de cisalhamento correta) + (0,1 pela multiplicação)

Desenho deste objeto (valor deste item da questão= 0,1)



i-A figura inicial os vértices fora do eixo horizontal modificados, mas os demais vértices ficam inalterados. Ela continua um quadrilátero, mas não mais um quadrado, vira um paralelogramo. As arestas paralelas ao eixo horizontal continuam com o mesmo comprimento, ambas as anteriormente verticais passam a ter comprimentos alterados, ainda que iguais entre si. O objeto não tem mais ângulos retos. Mas os lados/arestas continuam paralelos. Ou seja, os limites paralelos que limitavam o objeto continuam paralelos. O quadrado se transformou em um paralelogramo. (até 0,3 neste item da questão dependendo de quão completo o aluno descreveu as transformações)

d- Perspectiva com valor 0,1 nas posições correspondentes a transposta do deslocamento horizontal
*Coordenadas finais 3x4 = Perspectiva mencionada * Coordenadas iniciais 3x4*

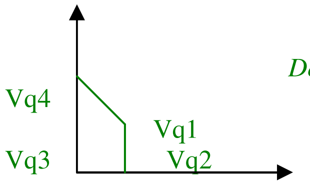
$$\begin{vmatrix} 10 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 10 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 10 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 10 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

(0,1 pela matriz de *Perspectiva* correta)

Como as Coordenadas homogêneas não estão todas 1, devemos homogeneizar!

$$\begin{vmatrix} 5 & 5 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 10 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

(0,1 pela matriz final de *Perspectiva* correta)



Desenho deste objeto (0,1)

i- *A figura inicial continua um quadrilátero, mas agora um trapézio. Só uma das arestas continua com o mesmo comprimento, todas as demais passam a ter comprimentos alterados. Dois ângulos continuaram retos. Dois lados/arestas continuam paralelos, mas não os antes horizontais. Ou seja, um dos paralelismos foi perdido, as arestas horizontais que antes eram paralelas agora convergem para um ponto sobre o eixo horizontal distante 10 da origem (determinado facilmente por semelhança de triângulos). Esse ponto de convergência das arestas antes paralelas horizontalmente é chamado de ponto de fuga horizontal. Repare que sua localização é o inverso do valor definido para ser posto na matriz (que é a posição do centro de projeção sobre o eixo horizontal: 1/10=0,1 ou 1/(0,1) = 10)* (até 0,3 neste item da questão dependendo de quão completo o aluno descreveu as transformações)

e- Matriz de transformação Perspectiva 2D com valor 0,1 na posição correspondente a transposta do deslocamento vertical

Coordenadas finais 3x4 = Perspectiva mencionada * Coordenadas iniciais 3x4

$$\begin{vmatrix} 10 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 10 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0{,}1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 10 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 10 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

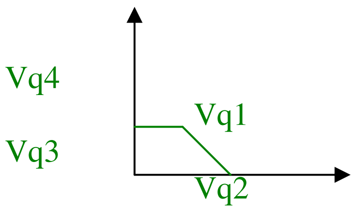
(0,1 pela matriz de *Perspectiva* correta)

Como as Coordenadas homogêneas não estão todas 1, devemos homogeneizar!

(0,1 pela matriz final de *Perspectiva* correta)

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Desenho deste objeto (0,1)



i - *A figura inicial continua um quadrilátero, mas agora um trapézio. Só uma das arestas continua com o mesmo comprimento, todas as demais passam a ter comprimentos alterados. Dois ângulos continuaram retos. Dois lados/arestas continuam paralelos, mas não os lados/arestas antes verticais. Ou seja, um dos paralelismos foi perdido, as arestas verticais que antes eram paralelas agora convergem para um ponto sobre o eixo vertical distante 10 da origem (determinado facilmente por semelhança de triângulos). Esse ponto de convergência das arestas antes paralelas verticalmente é chamado de ponto de fuga verticais. Repare que sua localização é o inverso do valor definido para ser posto na matriz (que é a posição do centro de projeção sobre o eixo vertical: 1/10=0,1 ou 1/(0,1) = 10)* (até 0,3 neste item da questão dependendo de quão completo o aluno descreveu as transformações)

ii- A matriz de Cisalhamento pode transformar um quadrado de lado L em um paralelogramo genérico de acordo com os mais diversos valores dos números reais a e b abaixo:

Coordenadas finais = Cisalhamento genérico * Coordenadas quadrado iniciais

$$\begin{vmatrix} (1+a)L & L & 0 & aL \\ (1+b)L & bL & 0 & L \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & a & 0 \\ b & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} L & L & 0 & 0 \\ L & 0 & 0 & L \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

A matriz de Perspectiva pode transformar um quadrado de lado L em um quadrilátero genérico onde os lados antes paralelos podem convergir de acordo com os mais diversos valores dos números reais c e d abaixo:

Coordenadas finais = Perspectiva genérica * Coordenadas iniciais

$$\begin{vmatrix} L & L & 0 & 0 \\ L & 0 & 0 & L \\ 1+L(c+d) & 1+Lc & 1 & 1+Ld \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ c & d & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} L & L & 0 & 0 \\ L & 0 & 0 & L \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} L/[1+L(c+d)] & L/(1+Lc) & 0 & 0 \\ L/[1+L(c+d)] & 0 & 0 & L/(1+Ld) \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

(até 0,4 neste item da questão dependendo de quão completo foi a resposta do aluno)

iii- Não há como esses dois tipos de matrizes produzirem o mesmo efeito em um quadrado.
Para que essas duas formas tivessem o mesmo efeito em um quadrado genérico, as coordenadas finais deveriam ser iguais depois de transformadas por elas.
Em outras palavras para elas produzem o mesmo efeito deveria existir solução para as equações abaixo!

$aL=0 \Rightarrow a=0$
$(1+a) = 1 / [1+L(c+d)] \Rightarrow 1+L(c+d)=1 \Rightarrow c+d=0$

$bL=0 \Rightarrow b=0$
$(1+b) = 1 / [1+L(c+d)] \Rightarrow 1+L(c+d)=1 \Rightarrow c+d=0$

$1+Ld=1 \Rightarrow Ld=0 \Rightarrow d=0$
$1+Lc =1 \Rightarrow Lc=0 \Rightarrow c=0$

Assim, a única forma das matrizes gerarem um mesmo quadrado é se elas se transformarem na Identidade em coordenadas homogêneas. Ou seja, deixarem de ser transformações de cisalhamento e de perspectiva.
(até 0,4 neste item da questão dependendo de quão completo o aluno respondeu) Considerar a clareza da explicação do aluno.

4- Imagine um TRIÂNGULO (retângulo, eqüilátero, isósceles ou mesmo qualquer, fique livre sobre o aspecto do triangulo). Desenhe esse triangulo no plano x,y. Essa será a face A do seu objeto. Escolha um destes vértices e perpendicularmente a face A crie uma aresta, unindo o vértice da face A à um novo vértice. Unido esse vértice aos demais por arestas você terá um objeto tridimensional, se para cada 3 arestas definir os limites de uma face. Esse objeto é denominado TETRAEDRO. Faça um esboço desse objeto na sua folha de prova usando a Representação Aramada (ou *Wire Frame*). Ponha um número ao lado de cada um dos seus vértices (1, 2, 3, 4) e letras para definir as faces do seu objeto (A, B, C, D). Faça uma lista das coordenadas 3D destes vértices usando as coordenadas que você resolveu dar aos vértices. Descreva como ficaria a topologia deste seu objeto através de uma estrutura de dados de Faces. (0,8)
(resposta o texto no site do curso da Aula correspondente, nota de acordo com quanto correta e completa a resposta do aluno)

5- Considere que o seu objeto da questão anterior seja transladado de 10 unidades em todas as direções. Diga como você poderia fazer isso usando multiplicação de matrizes. (0,3). Desenhe seu objeto projetado ortograficamente no plano Z=0 depois de transladado (0,3). Apresente uma matriz que faça esse efeito na sua estrutura de vértices da questão 4 (0,3).
(resposta o texto no site do curso da Aula 2 e 5 de 2019, ele deve usar a matriz em coordenadas homogenias, com a ultima linha ou a ultima coluna com os valores de 10,10,10,1 de modo que possa multiplica adequadamente pelas forma como ele descreveu suas coordenadas dos vértices i.e. como linhas ou colunas).

6- Lembrando que o seno de 30 graus é ½ = 0,5 e que o co-seno de 30 graus é $\sqrt{1/3}$= 0,577... a presente numericamente os 16 elementos de uma matriz que faça a Projeção Paralela Oblíqua, do Tetraedro da questão 3 de modo que a aresta perpendicular ao plano x,y apareça sem redução de medidas mas fazendo 30 graus com o eixo horizontal. (0,8)

(resposta no slide 33 do material da Aula 7 de 2019, repare que não precisa multiplicar só apresentar a matiz) Se tiverem considerando cada vértice como um vetor linha esses elementos são todos zero a menos dos mostrado abaixo. Para esses l=1 e o valor 30 graus para o ângulo faz com que na terceira linha se tenha os valores de ½ = 0,5 e $\sqrt{1/3}$= 0,577.. (0,3 para cada elemento da terceira linha e 0,2 pra a matriz final total : 0,8)

$$[M_{\mathrm{OBL}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ l\cos\theta & l\sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

7- Sistemas de Referência, o que são para que servem? (0,4)
(Aula 8, slide 13 e 14)
Qual o significado dos Sistemas de Referência SRU, SRO e SRD.
(cada 0,2 = 0,6)
Como você pode transformar as coordenadas de um mesmo ponto de um este sistema para o outro? (Resposta: usando as matrizes de transformação que podem levar em conta as translações entre as orignes dos sistemas, as rotações entre eles, e as alterações das unidades que representam as escalas, fazendo com que se tenham matrizes semelhantes as de transfromações de objetos ou pontos. (0,3) (1,3)

8- Descreva com suas palavras qual a idéia do método que se baseia na normal das faces para descobrir qual as arestas visíveis de um objeto 3D e assim transforma-lo de uma estrutura em Representação Aramada (ou Wire Frame) em um objeto mais realista.
(As 2 aulas anteriores- depende quão correta e completa foi a explicação do aluno ate 0,8)
Para que tipo de objeto esse método pode apresentar problemas
(idem ate 0,2)