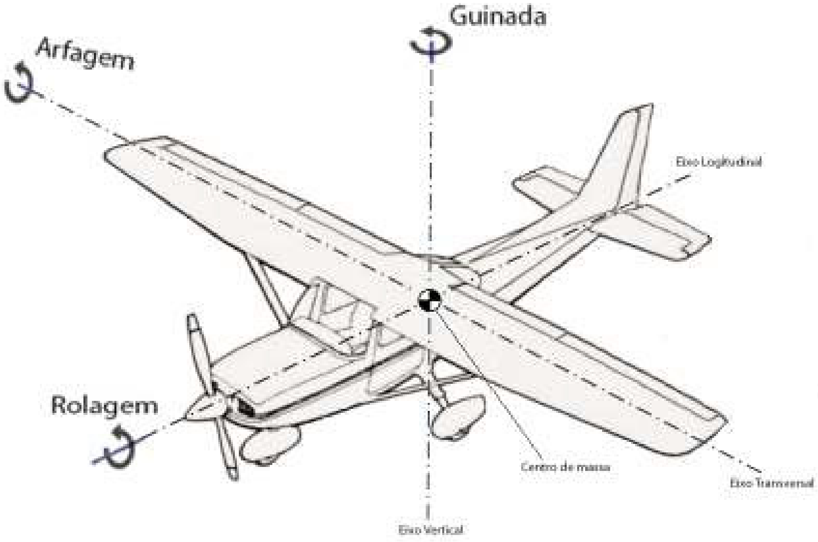
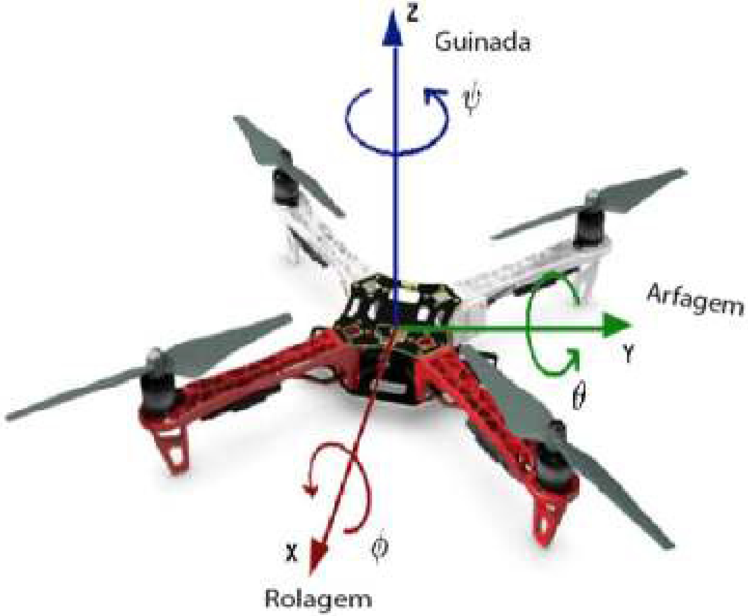




Cap 2 (do livro texto)

Tema 4 – UFF - 2020

Parte 1- Transformações Geométricas ELEMENTARES em 2D.

Neste tema vamos usar

A estrutura de dados ligada a **geometria dos objetos**, e o que fizermos em um dos seus vértices será repetido por todos os demais que representam sua estrutura de dados.

Quando tivermos transformado todos os vértices e usamos a estrutura de faces para o redesenhar, estaremos transformado o objeto.

Ou seja vamos supor que sempre que formos desenhar nossos objetos vamos fazer isso pela sua topologia usando **cada face**, mas quando o redesenha-lo usaremos a posição atual das **coordenadas de cada vértice.**

As estruturas de dados dos vértices originais e as das faces originais são inalterados e representam o objeto.

Mas depois de transformado, quando formos redesenha-lo face por face, usamos as coordenadas atuais dos vértices substituindo as originais.

O sistema de coordenados usado

Deve ser uma base é **ortogonal. Ou seja** os vetores da base são mutuamente **ortogonais**.

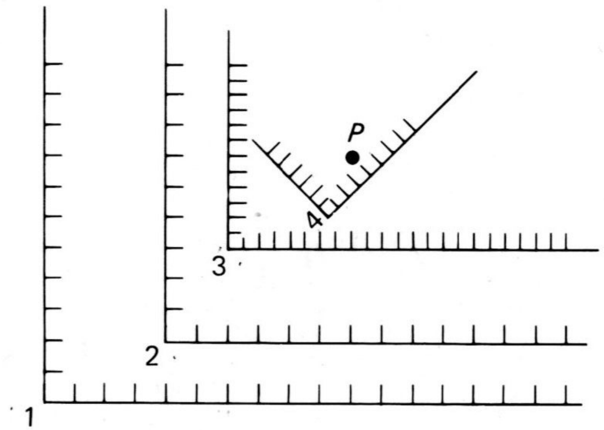
Uma base é **ortonormal** se os seus vetores além de **ortogonais** forem unitários.

As 4 bases ao lado

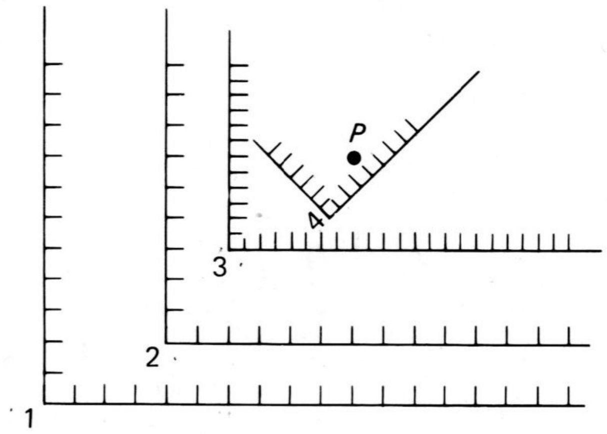
são ortonormais

(em relação a elas próprias e

em relação a base canônica do R^{2})



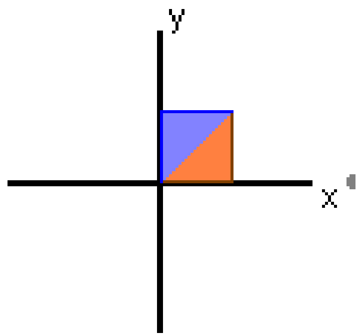
Sistema de coordenadas do objeto



As coordenadas de um ponto em um sistema de eixos dependem da base usada

$P = (10, 8)^1 = (6, 6)^2 = (8, 6)^3 = (4, 2)^4$

Obs.: A principio é sempre melhor que pelo menos 1 dos vértices do objeto, que estamos modelando, tenha um ponto na origem do sistema!



Fazemos Transformações Geométricas com objetos

Transformando cada um dos seus pontos de vértices.

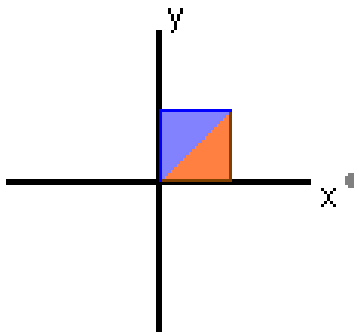
Por isso sempre é melhor que os pontos originais continuem associados a estrutura de dados dos objetos (de forma permanente) e sua forma e posição atual seja representado (copiada e transformada) de um modo transitório em outro **array de vértices.**

Por exemplo vamos transformar, usando Transformações Lineares, o objeto ao lado de 4 faces (triangulares 2 a frente e 2 atrás) , 4 vértices, 6 arestas

(Verificando a lei de Euler= > 4-6+4=2!)

Faces da frente Azul e Laranja

Faces da traz Verde e Vermelho



Fórmula ou Equação de Euler ou lei de Euler: V-E+F=2

Conceitos importantes para transformações

- Um ponto pode ser visto como um vetor, ou 1 array unidimensional :
  - Vetores => (linha ou coluna)
  - Vetor coluna (n x 1): T (u)
  - Vetor linha (1 x n) : (u') T^T

  $$(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

  Onde n={2 , 3} é a dimensão do espaço (2D ou 3D)

  - multiplicação de vetores (*u* , *v*) e matrizes *T (n x n)*

  - soma de vetores.

  $$x + y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + y_1 \\ x_2 + y_2 \end{pmatrix}.$$

  - Matriz identidade I e inversa $A A^{-1} = A^{-1} A = I$
  - Transposta (T^T i,j) = (T j,i)
    - $(AB)^T = B^T A^T$

Transformações Lineares

- *De 2 pontos u , v ou* 2 vetores de dimensão n= 2 ou 3 .

- Por Definição são as do tipo:

$T(u + v) = T(u) + T(v)$

$T(av) = a\, T(v)$

Onde T são matriz quadradas n x n.

Transformações Lineares Bidimensionais , T

Em 2D são representadas por matrizes 2 x 2 e levam os pontos (x,y) em (x´,y´) , através de operação na forma:

$$T \Rightarrow \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax+cy \\ bx+dy \end{pmatrix}$$

Efeitos no objetos

Dependendo dos valores de *a,b,c* e *d* se tem diversos efeitos quando a operação é aplicada em todos os vertices de um objeto e ele é redesenhado nas novas coordenadas;

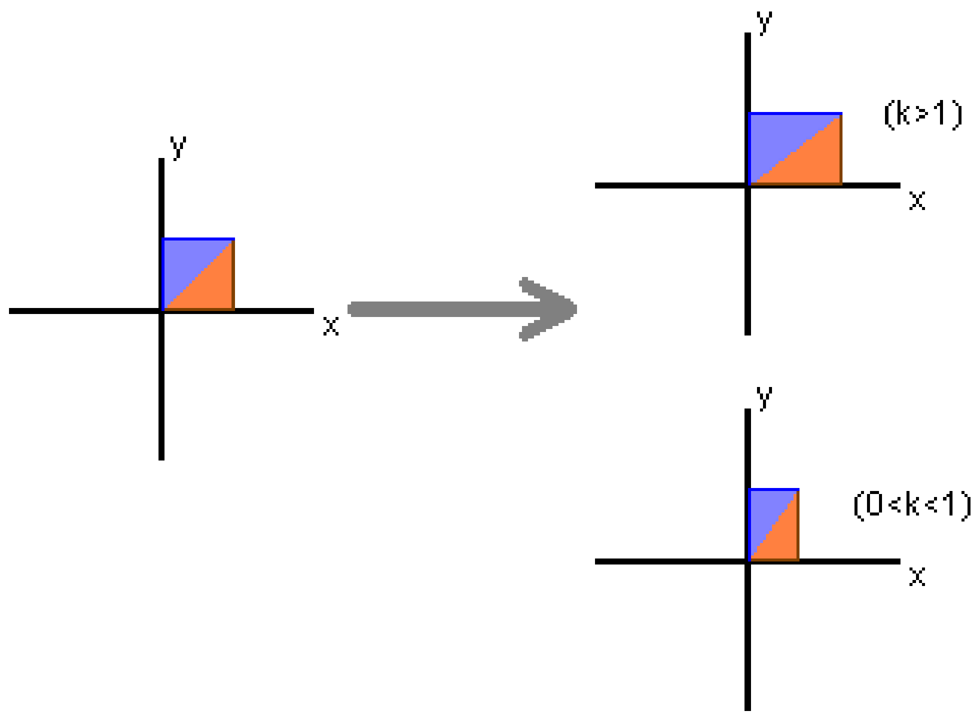
Por exemplo:

Se $a=d=1$ e $b=c=0$ teremos $T=I$ (a identidade) e nada será alterado no objeto.

Mas se $a \neq 1$....

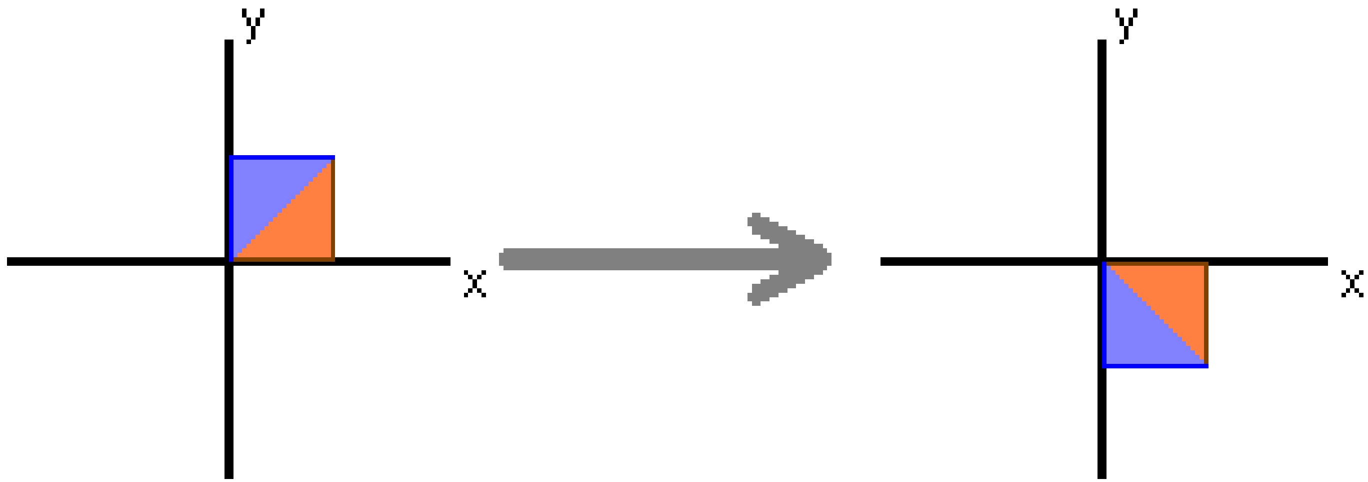
Escala em uma direção (horizontal)

$$S_x = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



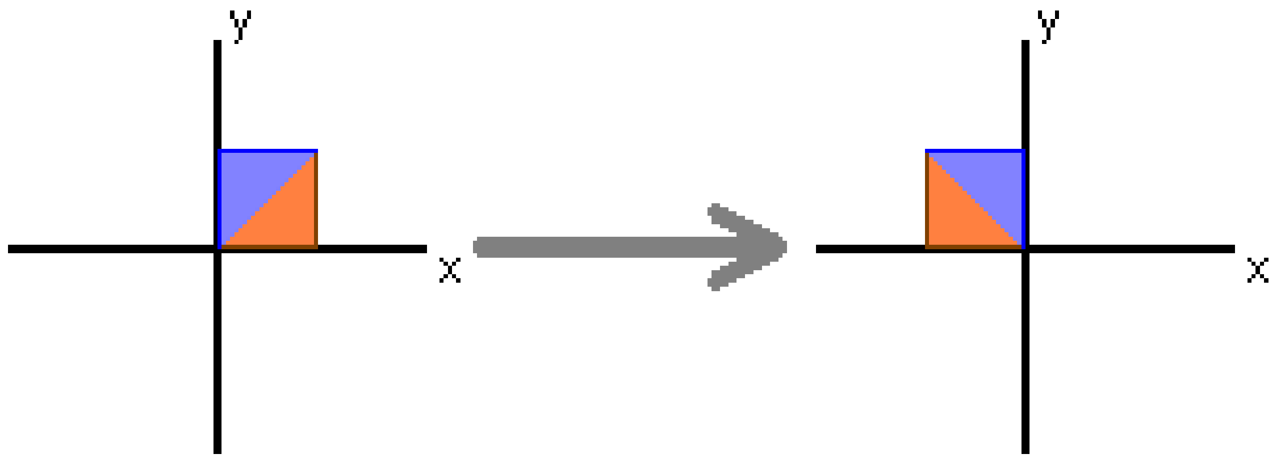
Reflexão em Relação ao Eixo X

$$Rfl_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$



Reflexão em Relação ao Eixo Y

$$Rfl_y = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

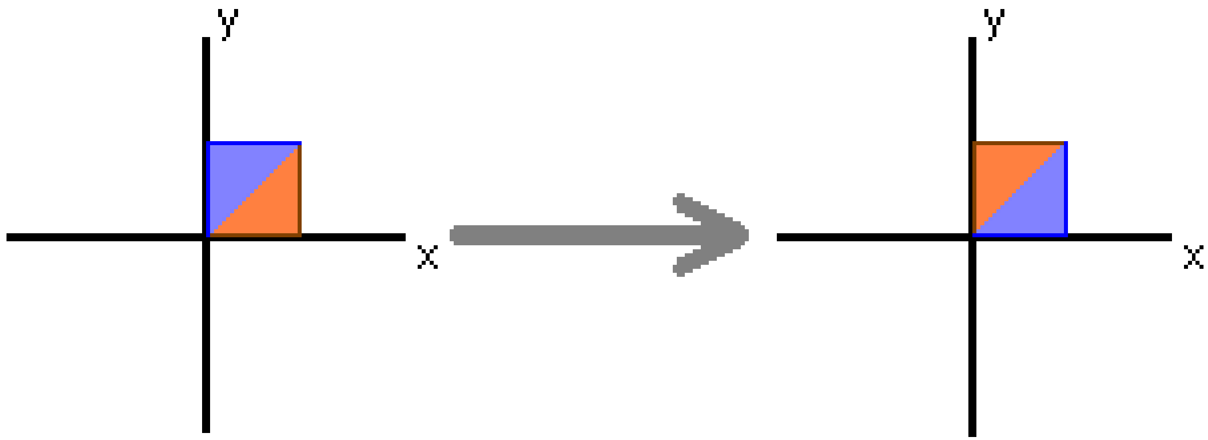


Como fica a reflexão em torno da origem?

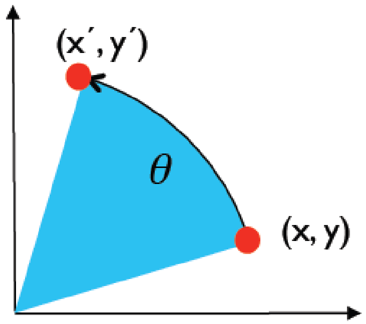
PODE-SE Combinar por multiplicação as matrizes das 2 anteriores.

Reflexão em Relação à Reta $y = x$

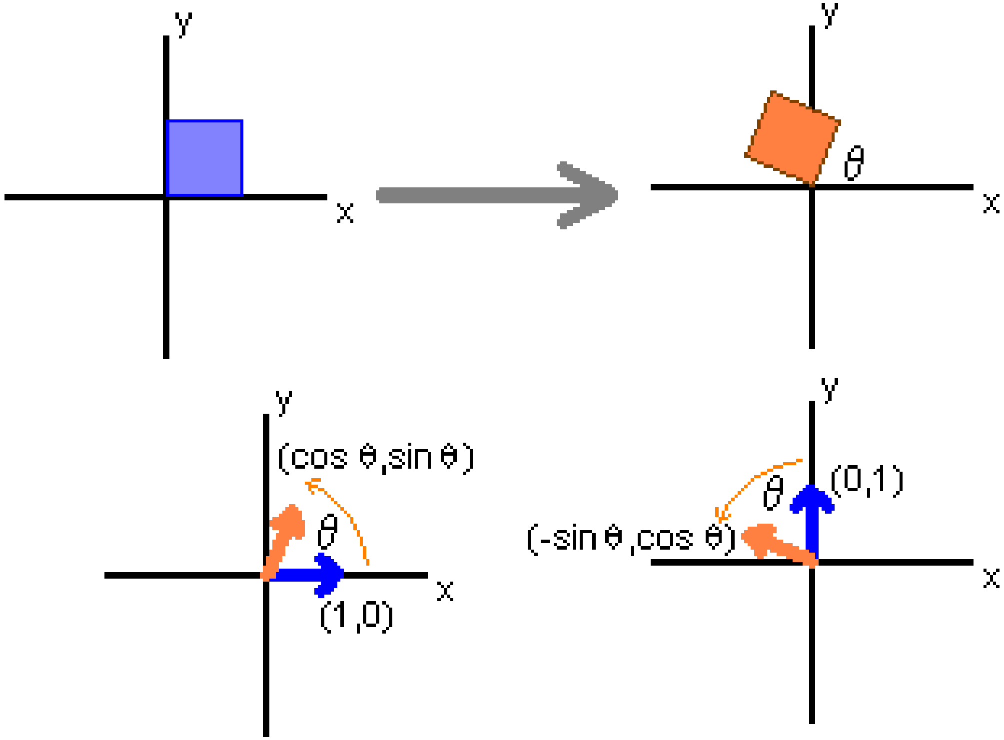
$$Rfl_{y=x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$



Rotação em torno da origem

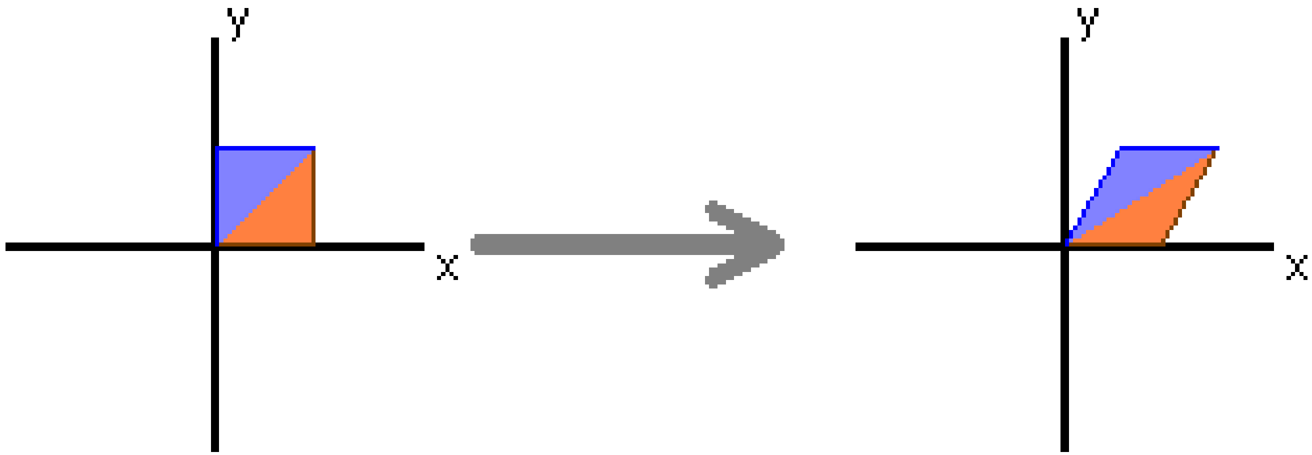


$$R_\theta = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$



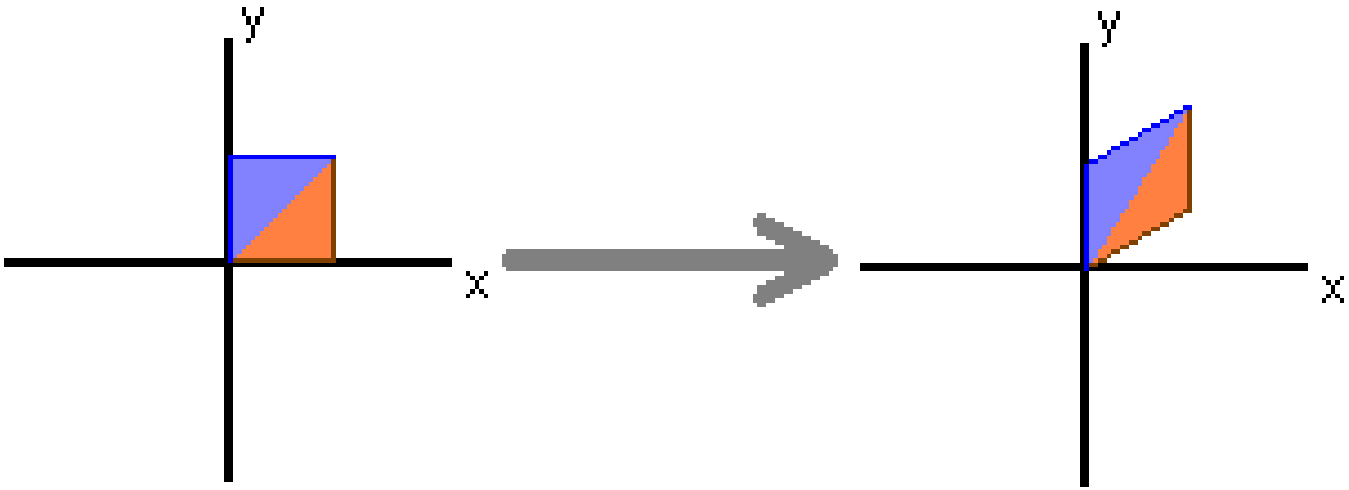
Cisalhamento em X

$$C_x = \begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Cisalhamento em Y

$$C_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}$$



Como fica o cisalhamento em ambos

Os eixos x e y ?

Classificação das Transformações

Transformações Elementares: são as que você obtém a matriz ou a forma de fazer a transfromação de forma elementar

- **De corpo rígido** (semelhança).
  Distância entre 2 pontos quaisquer é inalterada.
  Ângulos entre vetores é inalterado.
  Rotações, reflexões e translações.
- **Afim**
  - Transf. Lineares + translações.

Ou Transformações Rígidas

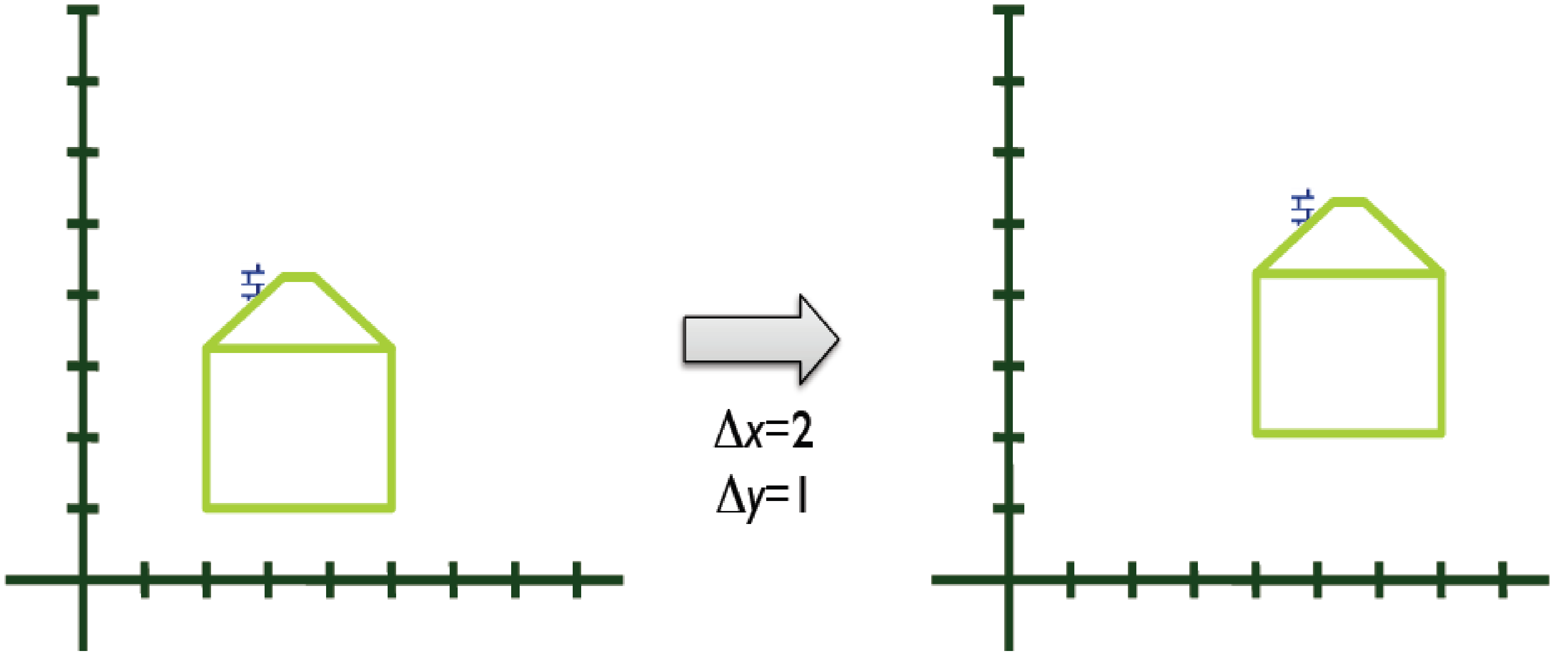
- Rotações, Reflexões e Translações.
  - Preservam ângulos e comprimentos.

Se T tem inversa a transformação é invencível!

- Para matrizes ortonormais a Inversa é a matriz transposta ($T^{-1} = T^{T}$).

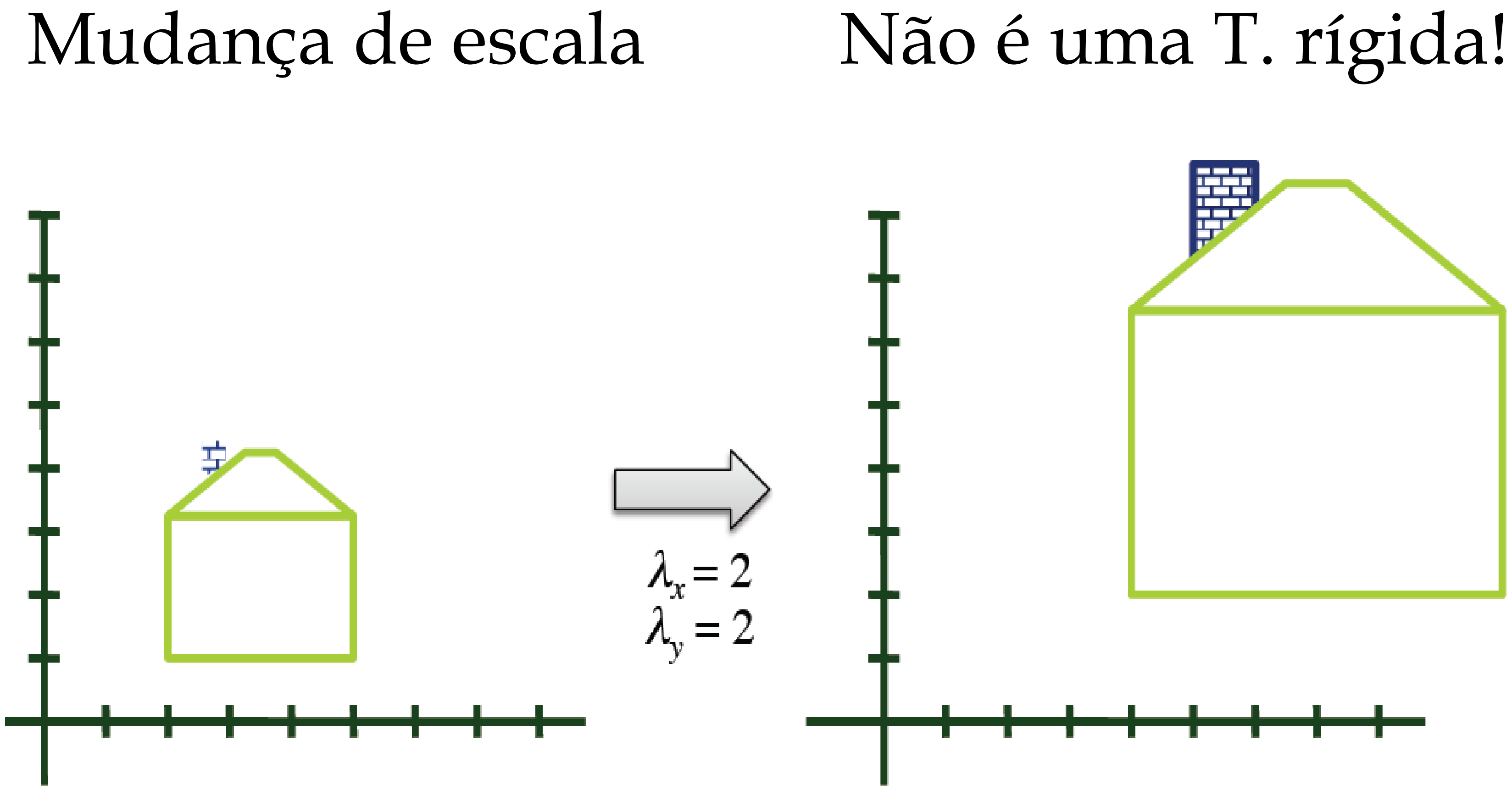
Objetos em CG sob transformações lineares: Basta multiplicar *T* aos vertices ou pontos do objeto

A translação não é se transforma desta maneira!



A translação é soma de vetores (arrays unidimensionais) !

Se o objeto não está na origem!
Ele translada também!



Composição de Transformações

- Quando for necessário transformar um objeto em relação a um ponto ***P*** arbitrário:
  - Translada-se ***P*** para origem.
  - Aplicam-se uma ou mais transformações elementares.
  - Aplicam-se a transformação desejada (na ordem correta).
  - Aplica-se a translação inversa: ***-P***

Bibliografia:

Anton, H. Rorres, C. Algebra linear com aplicações, Bookman, Porto Alegre 2001

E. Azevedo, A. Conci, Computação Gráfica: teoria e prática, Campus ; - Rio de Janeiro, 2003

J.D.Foley,A.van Dam,S.K.Feiner,J.F.Hughes. Computer Graphics- Principles and Practice, Addison-Wesley, Reading, 1990.

Gardan, Y. , Numerical Methods for CAD , MIT press, Cambridge, 1985.