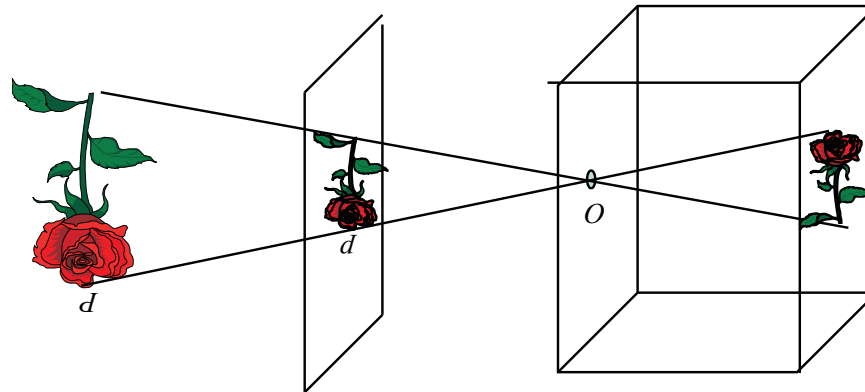


<http://computacaografica.ic.uff.br/conteudocap2.html>



*Porque esta imagem está invertida?*

## aula 8

Trabalho de  
Projeções Planas

2017/2 – IC / UFF

# Trabalho de Programação:

- Usando apenas os conceitos dados nas aulas passadas em especial as 6 e 7  
( disponíveis em [www2.ic.uff.br/~aconci/CG.html](http://www2.ic.uff.br/~aconci/CG.html))  
desenhe e “anime” a geração de um sólido com os requisitos descritos.

(nota da etapa de apresentação no fim da aula)

- Esse sólido será mostrado em sala de aula para a professora e aos demais alunos do curso no dia 26/09 (e ainda prosseguirá sendo desenvolvido nos seus futuros trabalhos de implementação a serem definidos no semestre).

# Lembre que

não é para usar **ferramentas prontas** e sim você programar as estruturas de dados e operações de multiplicação de matrizes envolvidas.

Quanto mais básica sua programação melhor sua nota no curso.

**Itens usando ferramentas prontas não serão corrigidos.**

Se por acaso usou ferramentas em alguma hora terá que fazer tudo de novo, pois ela não terá algum requisito que pediremos.

Assim, também, é mais inteligente você desde o início usar o mínimo de elementos prontos e que seu uso de **sub-rotinas** ou **functions**, da linguagem escolhida, seja o mais básico possível.

# Requisitos do programa:

- Use o objeto que você definiu na **última questão do teste 3**, denominada: “Parte 1 do Primeiro Trab. de implementação” ao desenvolver deste programa.
- Isto é: use a estrutura de dados que você escolheu como sendo o seu sólido e suas coordenadas.

# Mais especificamente:

A - use as coordenadas dos vértices para desenhá-lo na tela depois de definir a matriz de projeção no plano  $xy$  ou no plano  $Z=0$ .

Antes disso use a representação do seu objeto em projeções paralelas ou em perspectiva na forma que será destinada a você e será usada em todas as etapas dos nossos futuros trabalhos de implementação (a serem definidos ao longo do curso);

(na maioria dos trabalhos apresentados foi usado uma estrutura de dados de faces com uma lista de arestas)

B - use a noção de topologia para desenhar cada face do seu objeto.

Na hora de desenhar associe a cada face uma cor sólida (que não seja branco, preto, amarelo e vermelho).

Chamamos aqui “cor sólida” a que está sem meios tons, ou seja é uma cor constante em toda a face.

# Cont.

- Estamos com 15 alunos matriculados no curso.
- Cada Aluno antes de desenhar o sólido transformará suas coordenadas de 3D para 2D usando uma forma única dentre as infinitas possibilidades explicadas no pdf da Aula 6 que será de:
  - perspectivas com 1 ponto de fuga,
  - projeções isométricas e
  - obliquas.
- Como abaixo será descrito.



# Cont.

- Mas a estrutura de dados do objeto sempre permanecerá em 3D, ou melhor em coordenadas homogêneas em 3D.
- Assim inclua em seu programa uma opção de mostrar na tela as **coordenadas de todos os vértices como uma matriz** ou de indicar a coordenada de um dos vértices que o usuário indique (respondendo, por exemplo, a pergunta que pode aparecer no fim da animação que gera o sólido: **Você quer ver a coordenada de algum vértice? Diga o número dele? )**

# Obs: Coordenadas Homogêneas

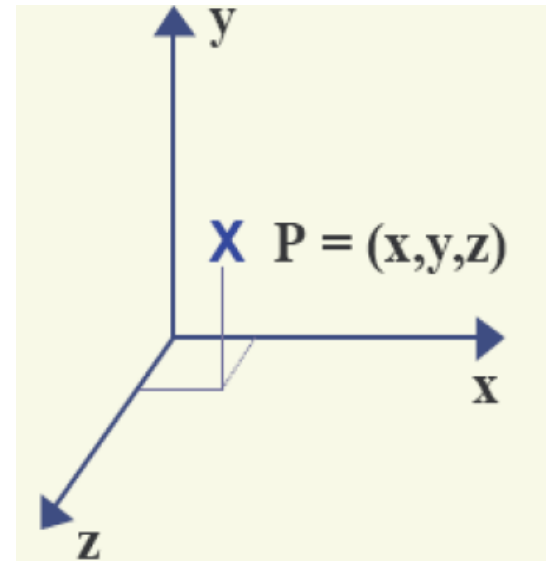
- O **sistema de coordenadas homogêneas (SCH)** utiliza quatro valores para representar um ponto  $P$  no espaço, que será descrito por  $(\mathbf{x}', \mathbf{y}', \mathbf{z}', \lambda)$ .
- A transformação do SCH para o cartesiano se dá pela relação  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = (\mathbf{x}' / \lambda, \mathbf{y}' / \lambda, \mathbf{z}' / \lambda)$
- Quando  $M=1$  a representação é a mesma do espaço cartesiano.

# Espaço 3D

- Um ponto do espaço 3D é definido como:

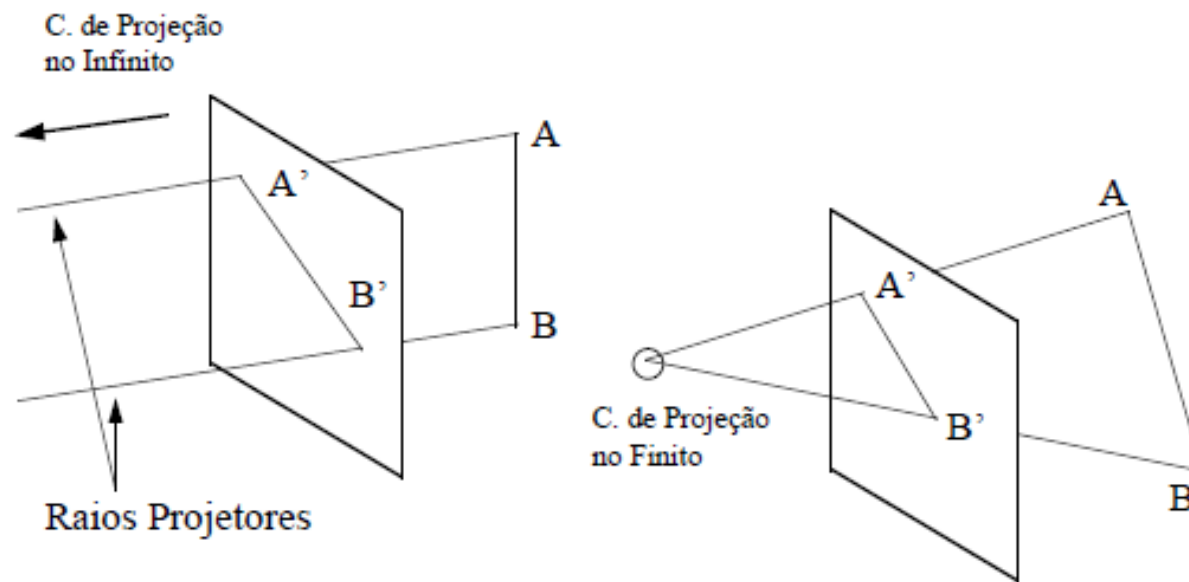
$$P = \{ (x, y, z, \lambda); \lambda \neq 0, (x/\lambda, y/\lambda, z/\lambda, 1) \}$$

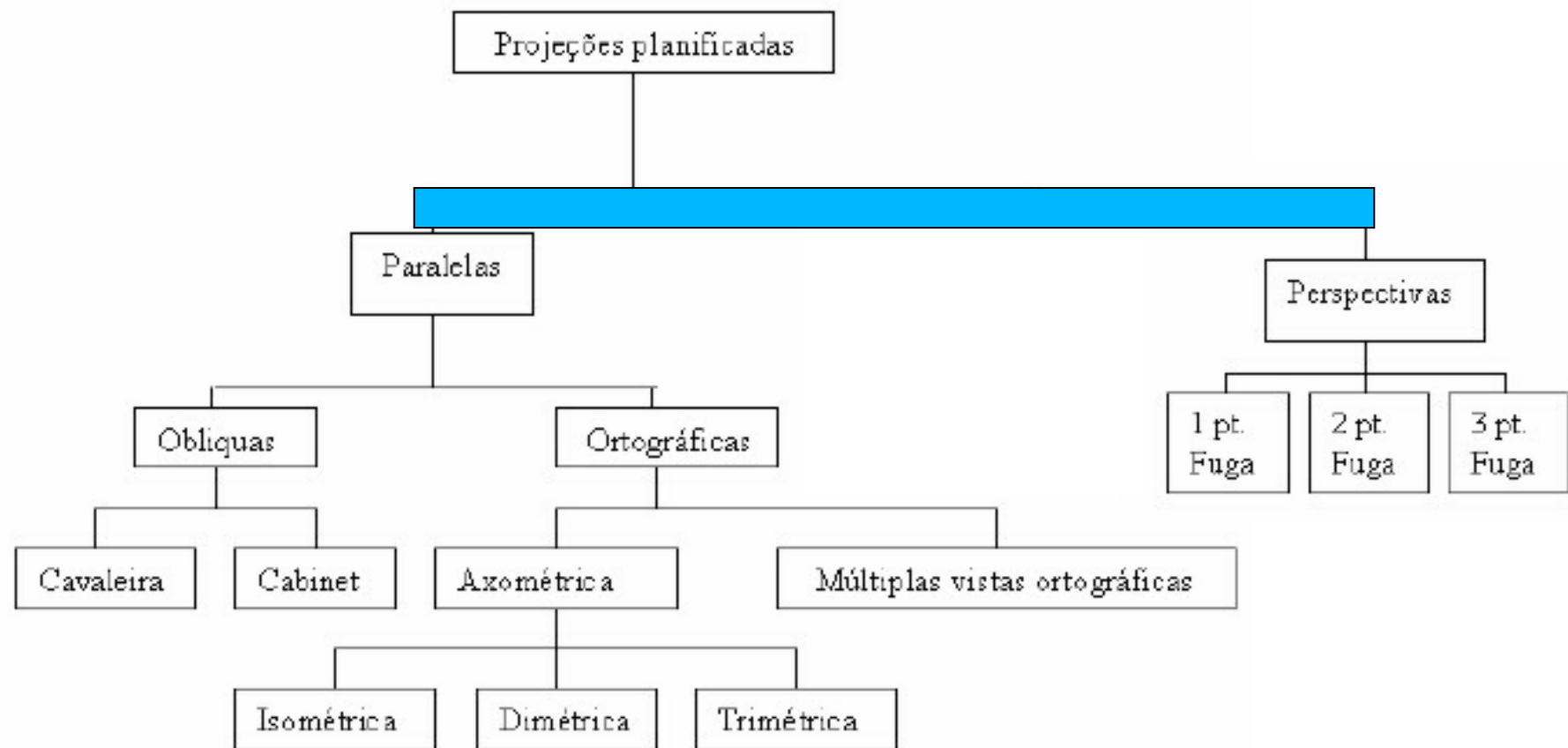
- ♦ Denotado por  $P = [x, y, z, \lambda]$  em coordenadas homogêneas.



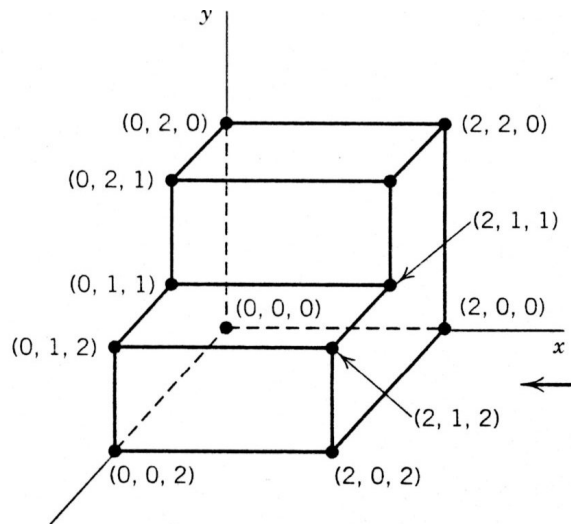
# As projeções pedidas estão em que grupo abaixo das Classificação BÁSICA abaixo?

- Projeções paralelas e projeções perspectivas





# exemplo de objeto



$$[P^*]_{xy} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

# Continuando o enunciado do trabalho:

- Se você fez corretamente a primeira questão do Teste 3, então escolheu primeiro um objeto 2D com tantos vértices,  $V$ , quanto for o número de sua ordem na lista de chamada mais 3 e depois fez ele virar algo 3D .
- Assim cada um dos pontos do seu objeto tinha inicialmente coordenadas  $(x, y, 0)$  e depois  $(x, y, Z_p)$  , onde  $Z_p$  é um plano paralelo ao Plano  $Z=0$  .
- Como nossos elementos vetoriais são retas, ou arestas retas, cada aresta será definida por 2 vértices.

# Com isso em mente, na hora de desenhar o sólido, faça o desenho com a **seguinte animação**:

- Se você usou a estrutura de dados **baseada em lados** (edges ou arestas) use esta estrutura de dados para desenhar todas as arestas do seu sólido na cor preta, para desenhar cada aresta use uma opção da sua linguagem de desenhar linha reta de uma cor (que no caso será preta), ainda antes de desenhar cada aresta marque o vértice de início da aresta como um ponto na cor **amarela** e o V final na cor **vermelha**.
- Desenhe este objeto aresta a aresta, como se **fosse uma animação**, que desenha seu objeto vagarosamente (use alguma opção de parada da sua linguagem para fazer isso se preciso).
- Quando todas as arestas estiverem desenhadas, então desenhe também cada fase, uma de cada cor, também parando depois que cada uma seja desenhada, uma a uma.
- Faça isso considerando a estrutura de dados das faces baseadas nas arestas.



- Se você usou a estrutura de dados **baseada em faces** use esta estrutura de dados para desenhar primeiro cada fase, uma de cada cor, parando depois que cada uma seja desenhada uma a uma (como uma animação).
- Faça isso considerando a estrutura de dados das faces baseadas nos vértices e as coordenadas destes que serão calculadas como abaixo será esclarecido.
- Ao desenhar cada vértice use a opção da sua linguagem de por a cor de um ponto, ou pixel na **cor branca**.
- Mas pinte os vértices face a face na ordem de sua estrutura de dados.
- De modo que depois de pintar cada face seu programa ficará pintando todos os vértices na cor branca, mas face por face.
- Usando a opção do programa para o desenho com alguma interação do usuário, ou pare o programa por algum tempo a cada item desenhado, de modo que **os desenhos fiquem parecendo uma animação**.

# Cont.

- Ainda, considere seu objeto transladado na tela por uma transformação de translação que tire ele de sua posição inicial para qualquer lugar do espaço 3D que você quiser de modo que ele apareça melhor no seu desenho.
- Essa transformação é livre, cada aluno pode fazer experiências livremente, mas não deixe de indicar que matriz em coordenadas homogêneas fará essa transformação.

# Lembrando: Projeção paralela isométrica

$$[M_{\text{TILT}}] = [T_R]_y^\theta [T_R]_x^\theta$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & -\sin \theta_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & \sin \theta_x & 0 \\ 0 & -\sin \theta_x & \cos \theta_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

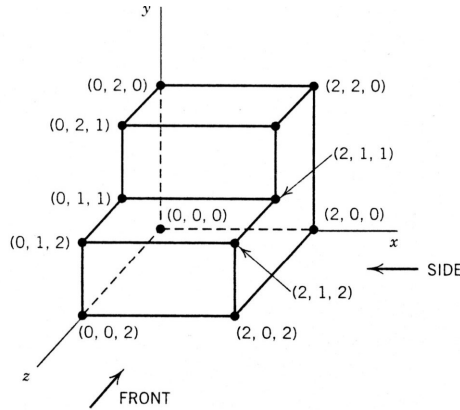
$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_y & \sin \theta_y \sin \theta_x & -\sin \theta_y \cos \theta_x & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & \sin \theta_x & 0 \\ \sin \theta_y & -\sin \theta_x \cos \theta_y & \cos \theta_x \cos \theta_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# cont.

- Para calcular as coordenadas dos pontos, originalmente em 3D para virarem dados em 2D antes de serem desenhados, cada aluno usará 3 matrizes diferentes antes de fazer a projeção em  $Z=0$  (veja essa matriz sob o título “Projeção paralela ORTOGRAFICA no PLANO  $z=0$ ”).
- Você fará isso desenhando 3 vezes seu objeto em 3 formas diferentes.
- Uma representará ele em **perspectiva (ou com 1 ponto de fuga) a outra ele em uma projeções isométrica e finalmente mostrando ele em uma projeção oblíqua.**
- Mas em cada um dos casos você deve antes desenvolver a matriz que fará isso de acordo com a aula 6 (já mencionada) e com seu número na lista de chamada, como definido abaixo.

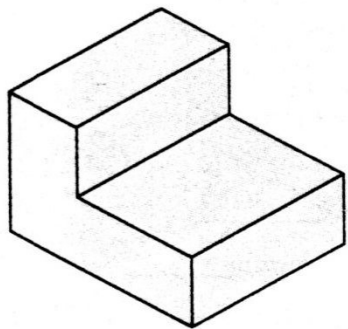
# Projeção paralela isométrica

- isométrica no plano xy ou z=0?



$$[P^*] = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.707 & 0.408 & 0 & 0 \\ 0 & 0.816 & 0 & 0 \\ 0.707 & -0.408 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[P^*] = [P][M_{ISO}] = [P] \begin{bmatrix} \cos \theta_y & \sin \theta_y \sin \theta_x & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & 0 & 0 \\ \sin \theta_y & -\sin \theta_x \cos \theta_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$[P^*] = \begin{bmatrix} 0.0 & 1.632 & 0.0 & 1.0 \\ 1.414 & 2.448 & 0.0 & 1.0 \\ 1.414 & 0.816 & 0.0 & 1.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 0.707 & 1.224 & 0.0 & 1.0 \\ 2.121 & 2.040 & 0.0 & 1.0 \\ 2.12 & 1.224 & 0.0 & 1.0 \\ 2.828 & 0.816 & 0.0 & 1.0 \\ 2.828 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 1.414 & -0.816 & 0.0 & 1.0 \\ 1.414 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ 0.707 & 0.408 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

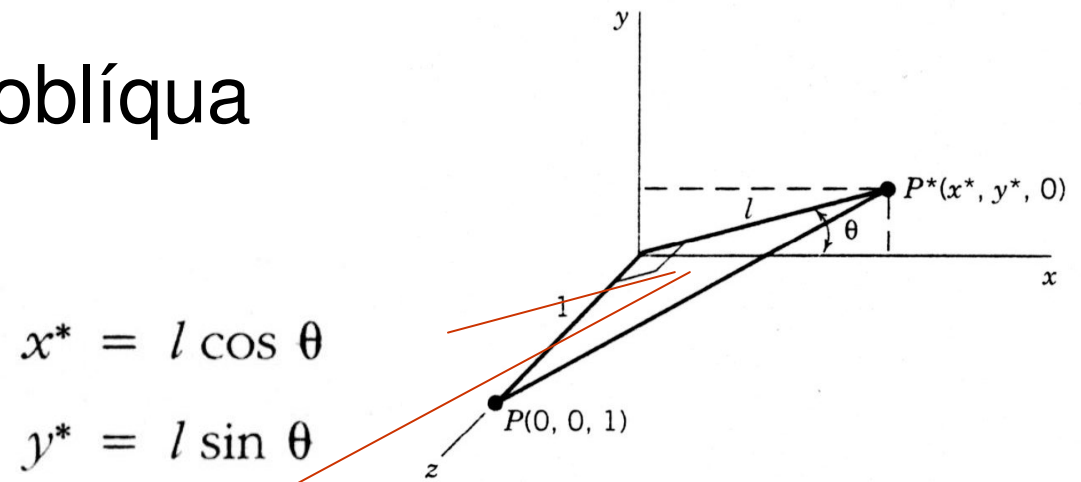
# Cont.

- Para definir a matriz de projeções isométricas considere os ângulos mostrados no slide “***Projeção paralela isométrica***”.
- Neste slide, o ângulo teta com o eixo x ,  $\theta_x$ , deve ser negativo se seu número na lista de chamada for ímpar e o outro ângulo teta com o eixo y ,  $\theta_y$ , positivo.
- Neste slide, o ângulo teta com o eixo y ,  $\theta_y$ , deve ser negativo se seu número na lista de chamada for par e o outro ângulo teta com o eixo x ,  $\theta_x$ , positivo.
- Depois disso monte a matriz  $M_{iso}$  adequadamente a calculo seus pontos em 2D.

# Cont;

- Para definir a matriz de projeções oblíquas use o slide de título “Projeção paralela oblíqua” suponha projeção **Cabinet**, e considere o ângulo que aparece neste slide como seu número de ordem na chamada multiplicado por 5. Por exemplo, de fosse for o Arthur (número 1 na lista) seu ângulo ser 5 graus, e. se você for o Marcos Jose (nosso número 15, por enquanto) será 75 graus.

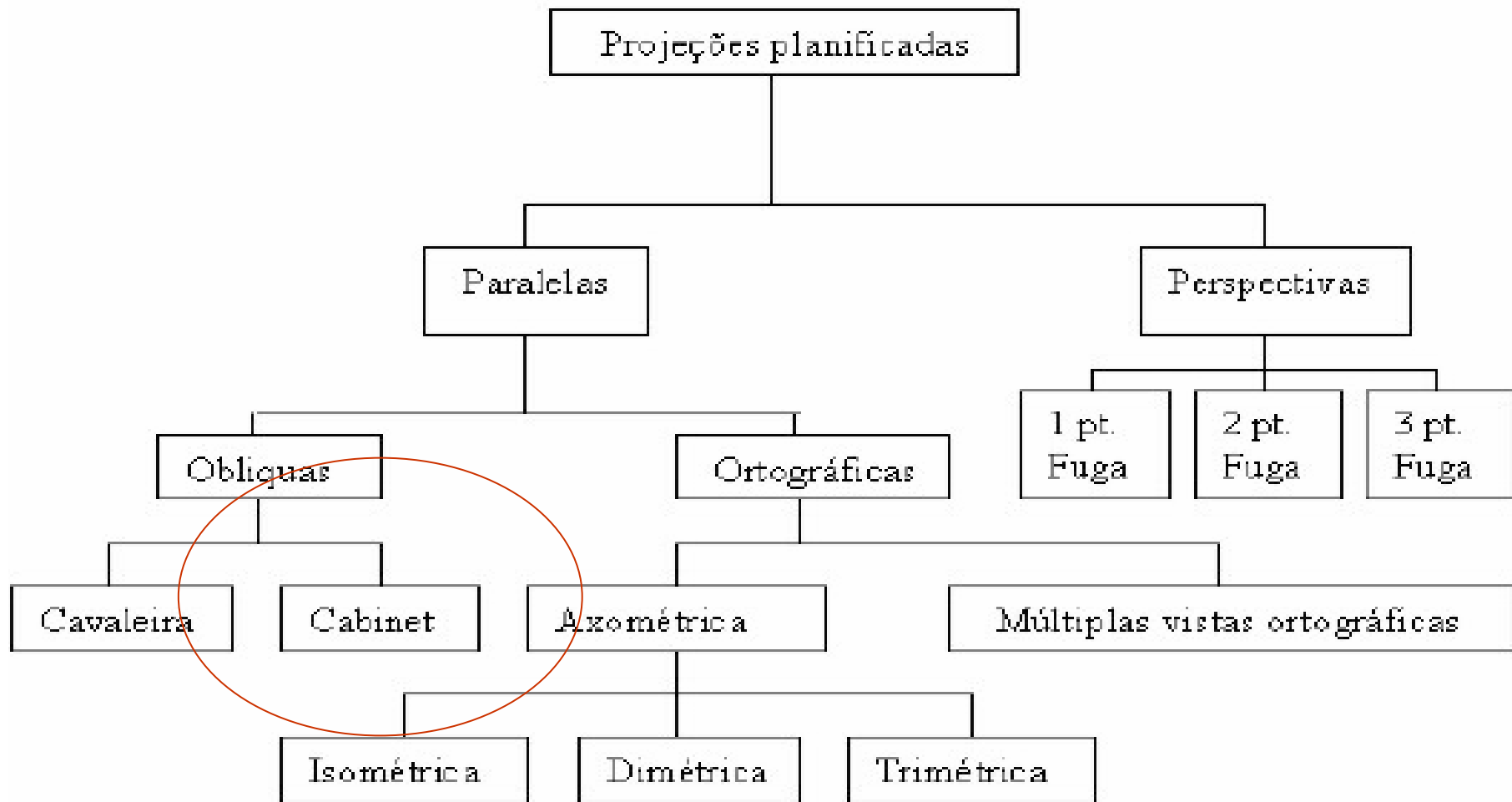
# Projeção paralela oblíqua



Geralmente essa é obtida  
considerando como um vetor  
unitário é mostrado:

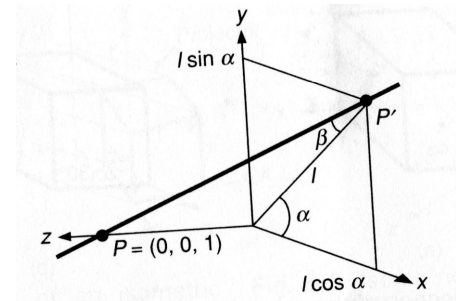
$$[M_{\text{OBL}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ l \cos \theta & l \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$





**Cabinet** direção perpendicular ao plano de projeção é reduzida a metade .

Ou seja os raios projetores devem chegar com um ângulo  $\beta$  cuja tangente seja  $0,5 = \frac{1}{2}$  !  $\beta = 26,5651^\circ$



## Cont. enunciado:

- Finalmente considere que seu objeto é projetado em perspectiva com um centro de projeção no eixo  $z_{cp} = 100 + 10x$  (seu número de ordem na chamada). Por exemplo, de fosse for o Arthur (numero 1 na lista) ,  $z_{cp} = 100 + 10 = 110$  . Se você for o Marcos Jose (nosso 15, por enquanto)  $z_{cp} = 100 + 10 \times 15 = 100 + 150 = 250$ .

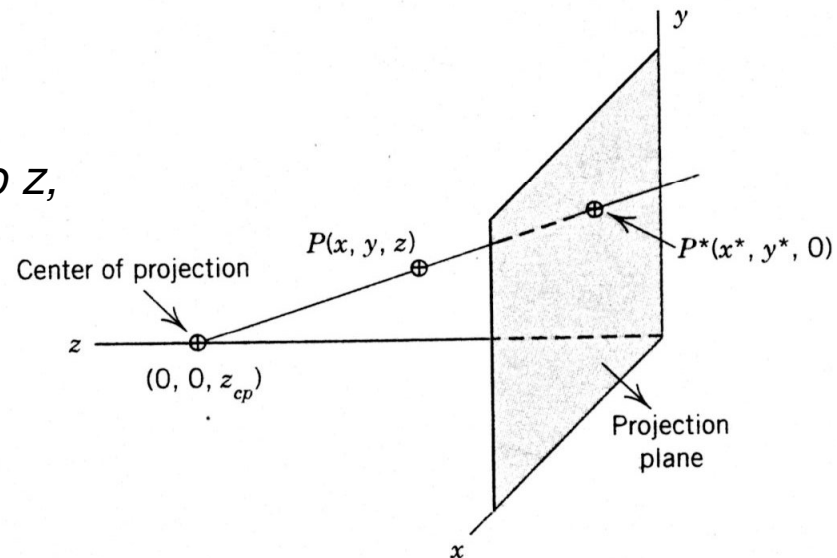
# Considerando $P(x, y, z)$

- Qual sua relação com sua **projeção** no plano  $z=0$  a partir de um **raio projetor no eixo z**

$$\frac{x^*}{x} = \frac{z_{cp}}{z_{cp} - z}$$

- $(0, 0, z_{cp})$  ?

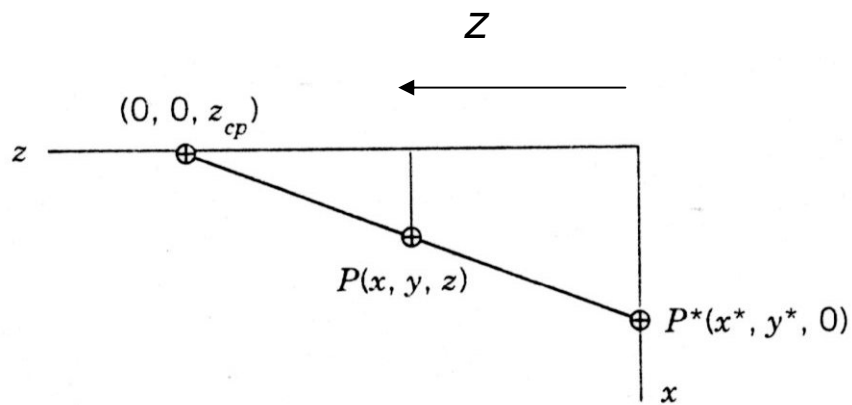
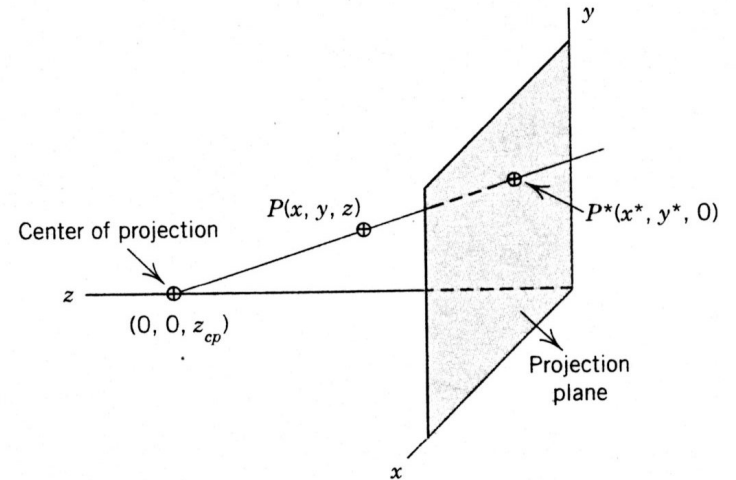
Supondo centro de projeção no eixo z,  
Mas fora da origem em  $(x_{cp}, y_{cp}, z_{cp})$   
 $= (0, 0, z_{cp})$



$$P(x, y, z) \leftrightarrow P^*(x^*, y^*, 0)$$

Considerando  
plano  $zx$  ,  
ou  $y = 0$

- Por semelhança de triângulos



$$\frac{x^*}{x} = \frac{z_{cp}}{z_{cp} - z}$$

Organizando:

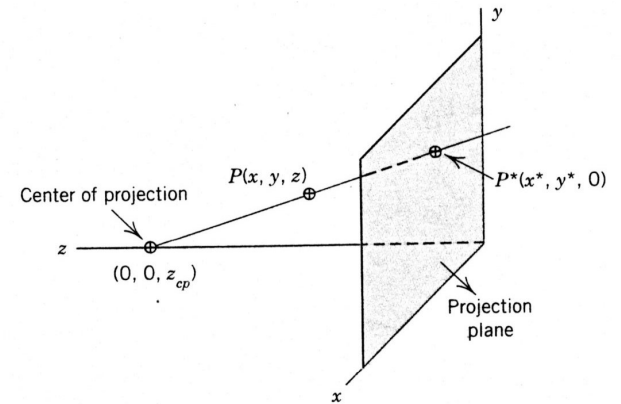
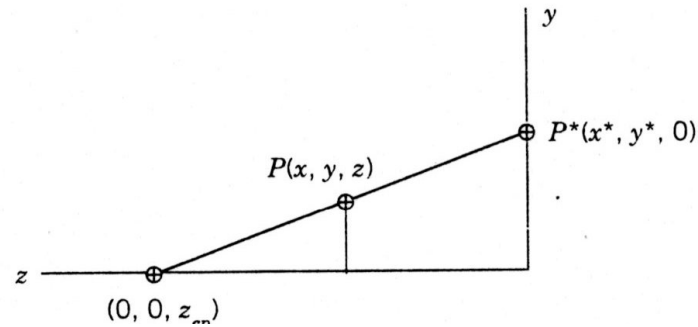
$$x^* = \frac{x}{1 - \frac{z}{z_{cp}}}$$

$$P(x, y, z) \leftrightarrow P^*(x^*, y^*, 0)$$

# Considerando plano

$zy$ ,

OU  $X =$



- Por semelhança de triângulos :

$$\frac{y^*}{y} = \frac{z_{cp}}{(z_{cp} - z)}$$

Organizando

$$y^* = \frac{y}{1 - \frac{z}{z_{cp}}}$$

$$P(x, y, z) \leftrightarrow P^*(x^*, y^*, 0)$$

Repare que essa matriz colocou **valores  $\neq 0$**  em uma nova área da nossa matriz de transformação em coordenadas homogêneas !

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 3 \times 3 & & & 3 \times 1 \\ \hline & & & \\ \hline 1 \times 3 & & & 1 \times 1 \end{array} \right]$$

- Se com o centro de projeção sobre o eixo z, tivemos valor  $\neq 0$  na terceira linha..... Então.....
- Para uma projeção **sobre o eixo x**, ou com centro de projeção em  $(x_{cp}, 0, 0)$

$$[M_{PER}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{x_{cp}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para uma projeção sobre o eixo  $y$ , ou com centro de projeção em  $(0, y_{cp}, 0)$

- Resumindo perspectivas com 1 centro de

sobre:

$$x \text{ axis: } [M_{\text{PER}}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{x_{cp}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y \text{ axis: } [M_{\text{PER}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{y_{cp}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[M_{\text{PER}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{y_{cp}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

E sobre  $z$ :

$$[M_{\text{PER}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{z_{cp}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

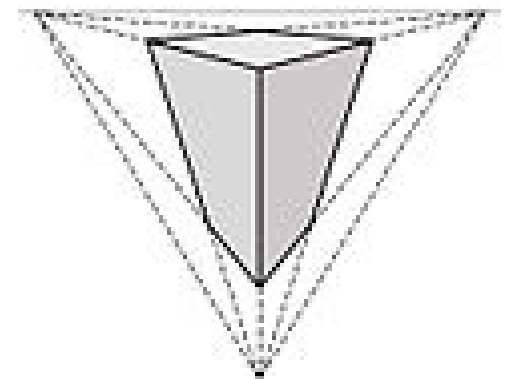
# cont

- Qualquer dúvida pode entrar em contato primeiro com nosso monitor (sala 518 prédio anexo ao IC) e depois com a professora por e-mail .



# Projetar Sempre Acarreta Perder Informa- ção

Independentemente  
de como é feito



aluno	Nota parte 1: apresentação.
arthur	5
eduardo	7
leandro	7
leonardo	8
lucas	4
nicolas	2
peterson	6
tiago	5
vitor	7

# Referencias

- E. Azevedo, A. Conci, [Computação Gráfica](#): teoria e prática, [Campus](#) ; 2003 - Rio de Janeiro.
- Vera B. Anand, Computer Graphics and Geometric Modeling, John-Wiley, 1993.  
BCTC/UFF - 006.6 A533 1993