P2 - 2025 / 2 Aluno: ____ matrícula : ___________

1- Sabendo que: (1.1) - Se for desejado calcular a integral pelo **Método de Simpson** entre os limites ***a*** e ***b*** **,** ***[a,b]*** , em ***2n*** intervalos de tamanho ***h***, essa integral será aproximada pelo somatório de:

$$\frac{h}{3}\{y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \ldots + 2y_{2n-2} + 4y_{2n-1} + y_{2n}\}$$

onde os índices ***0,1,2,3,.....2n*** ajudam a definir os limites usados no método para esse somatório e correspondem aos valores dos pares $(x_0=a,\ y_0)$, $(x_1,\ y_1)$,$(x_2,\ y_2)$, ...$(x_{2n}=b,\ y_{2n})$, sendo cada $y_i=f(x_i)$

(1.2)- O **erro pelo Método de Simpson** é dado por:

$$|\ E_S\ | \leq \frac{h^4}{180}(b-a)M_4$$

onde

$$M_4 = \max_{a \leq x \leq b} |\ f^{(4)}(x)\ |$$

e $f^{(4)}$ é a derivada quarta de $f(x)$.

(1.3)- O logaritmo natural de um número inteiro ***J pode ser*** calculado pela integral de $f(x)=1/x$ de ***1*** até ***J.***

Pede-se: **(1.a)** Uma **explicação,** com suas palavras, de como você poderia, usando as equações dos itens (1.1 e 1.2), ter uma aproximação de ***J*** com erro inferior a $0{,}01=(10^{-2})$.

(1.b) Considerando que ***J*** seja o inteiro igual ao **maior valor entre os dígito de sua matricula**, comprove sua explicação fazendo o cálculo aproximado do logaritmo natural de ***J*** usando os itens (1.1) a (1.3). Mas para essa comprovação use pelo menos 3 pontos entre ***1 e J*** , ou seja entre ***a*** e ***b*** na expressão de Simpson, item (1.1).

2- (2.a) Explique como você aproximaria a integral da questão 1, usando **quadratura Gaussiana** calculada em **5 pontos**. Sabendo que: **(2.1)** caso os limites da integral fossem -1 e 1 , (t_i), se teriam os pesos , (w_i) , tabelados à esquerda.

Tabela — Abcissas e pesos das regras gaussianas

Abcissas	Pesos
p = 5	
0,00000 00000 00000	0,56888 88888 88889
+/−0,50846 93101 05683	0,47862 86704 99366
+/−0,90617 97459 38664	0,23692 68850 56189

e ≈ 2,7183	1
3	1.098612
4	1.386294
5	1,609438
6	1,791759
7	1.945910
8	2.079442
9	2,197225

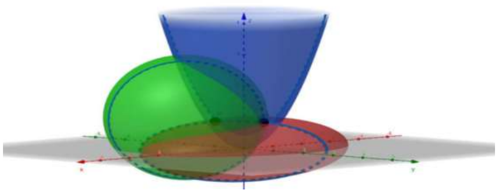
(2.2) Caso se deseja limites diferentes esses podem ser transformados pela troca da variável muda como abaixo à esquerda, de modo que a expressão genérica da integral ficaria como na fórmula da direita:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{b-a}{2}\int_{-1}^{1} f(t)\,dt.$$

$$I_n = \frac{b-a}{2}\sum_{i=1}^{n}\omega_i f(x_i), \quad x_i = a + \frac{b-a}{2}(t_i+1).$$

Finalmente, sabendo que **(2.3)** os logaritmos naturais dos números 3,...7, 8, 9, são os dados na tabela acima à direita **, (2.b) diga qual o erro obtido** na aproximação do seu ***J*** pela quadratura Gaussiana.

3- Sabendo que **(3.1)** as superfícies do sistema de equações abaixo, quando desenhadas em um mesmo sistema de eixos têm as 2 interseções como mostrado. **(3.a)** Resolva explicando o sistema, procurando chegar a uma das soluções pelo método de Newton. Use como chute inicial **(3.2)** (1,0,1), ou (0,1,1). O primeiro se seu numero de matricula for impar e o segundo se par.



$$F(x,y,z) = \begin{bmatrix} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + z^2 - 1 \\ x^2 + y^2 - z \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 - 4 \end{bmatrix}$$