

Modulo 2

sinais (2016)

Curso de
Processamento de Imagens e Sinais Biológicos

Biografia : K. Najarian and R. Splinter, **Biomedical Signal and Image Processing** CRC Press - Taylor & Francis Group, 2006

O que é Sinal ?

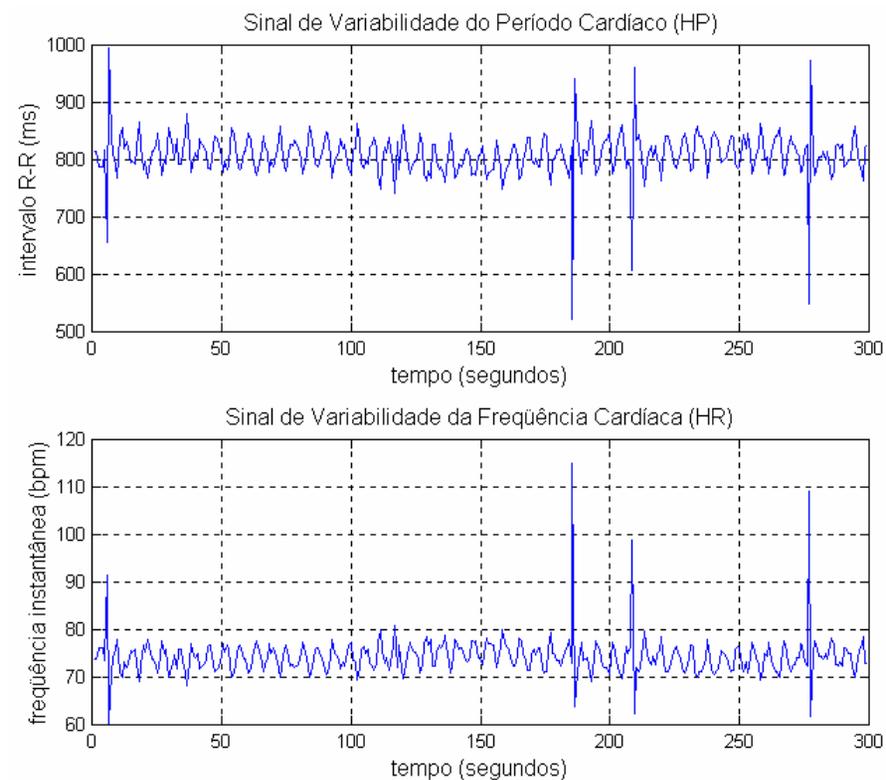
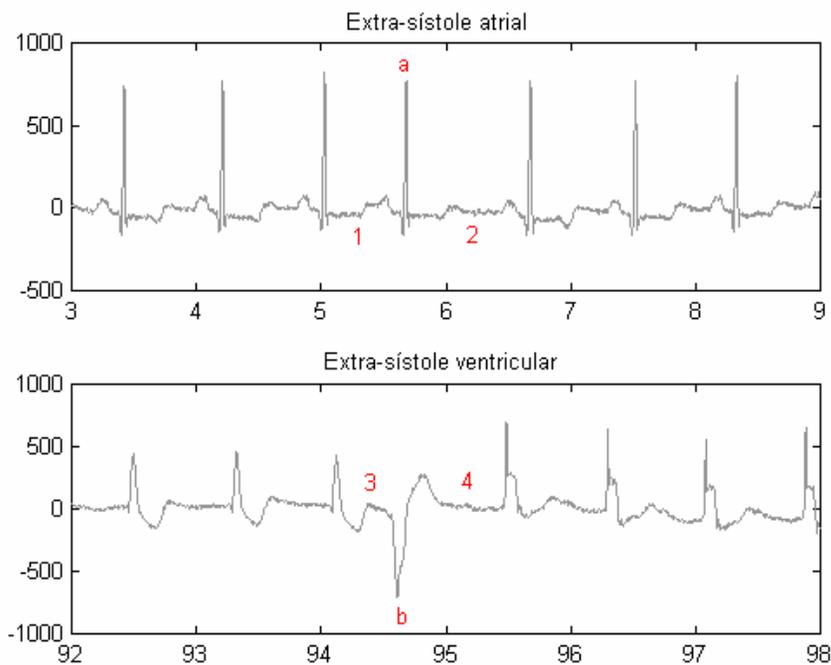
- Def.: **um Sinal 1D** é uma seqüência de números que descreve a variação de alguma variável.
- A ordem do número no sinal determina a ordem da medida no tempo ou no elemento que é feita a medição.

Exemplos:

- Variações da temperatura em um fio metálico;
- Intensidade do som;
- Umidade relativa de cada dia no ano;
- Sinais biológicos de EEG , ECG, EMG, etc..

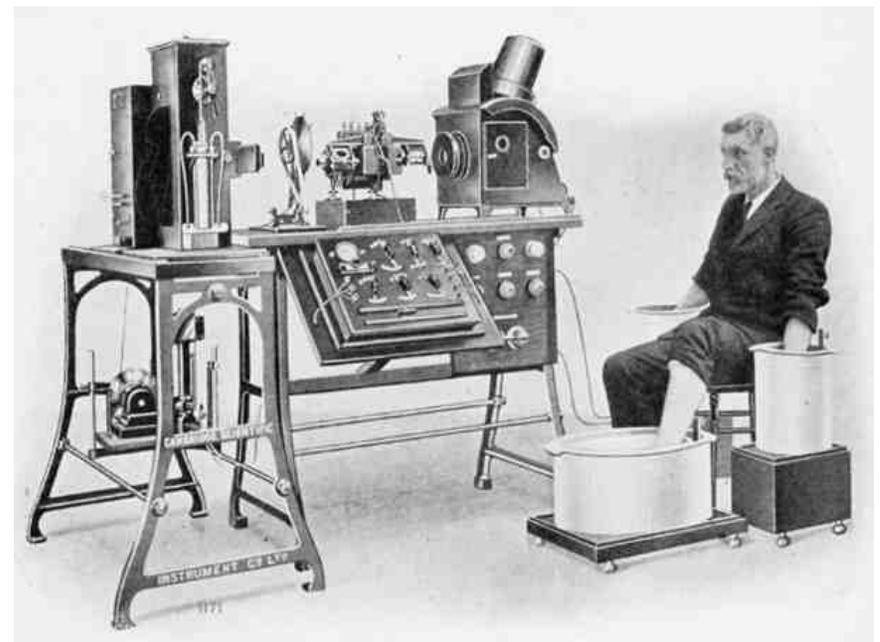
Eletro Cardio Grama - ECG

Sinais do Coração



EEG

- Em 1929, **Hans Berger** (1873-1921), trabalhando na Universidade de Jena (Alemanha), mostrou que era possível registrar as correntes elétricas geradas no cérebro humano, sem a necessidade de abrir o crânio, e mostrá-las em registro em papel.
- Berger denominou a esta nova forma de registro fisiológico de Eletro Encéfalo Grama (ou EEG);
- Também mostrou que existiam dois ritmos dominantes:
 - **alfa** (de 8 a 10 ciclos por segundo) e
 - **beta** (de 12 a 20 ciclos por segundo).



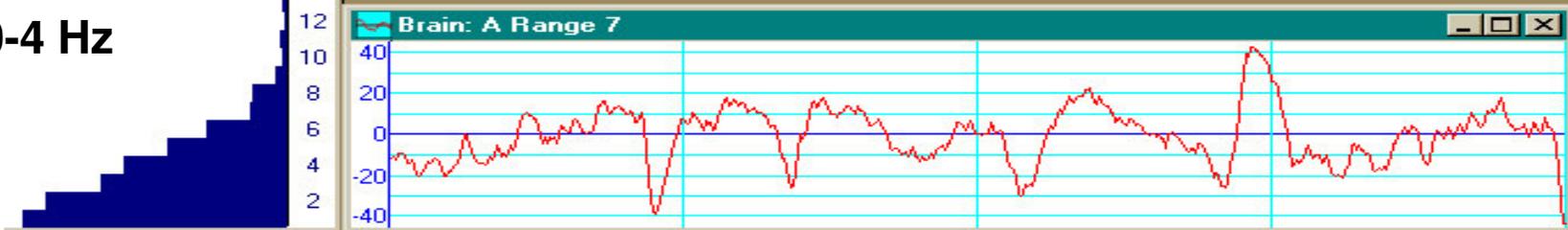
Alfa~ 8-12Hz



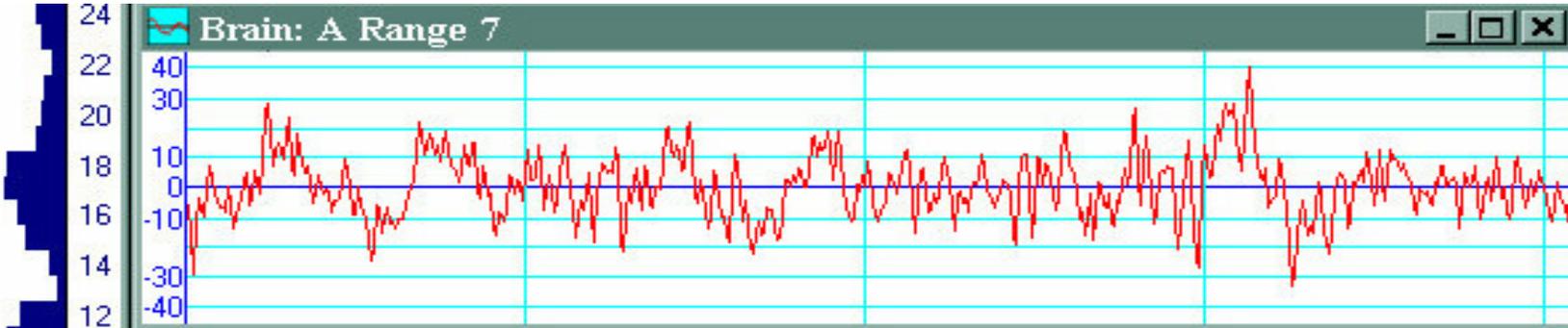
Teta~ 4-8Hz



Delta~ 0-4 Hz



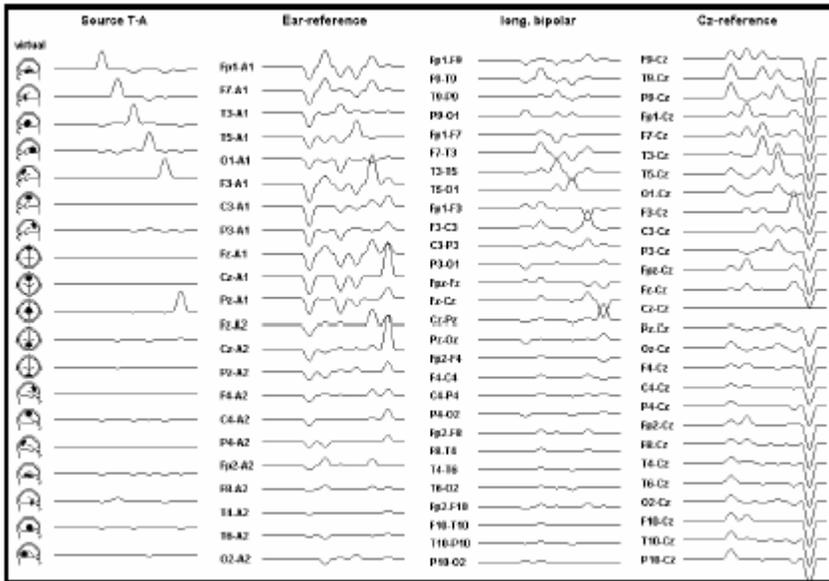
Beta~ 16-20Hz



Sinais multidimensionais nD

- São extensões simples dos sinais 1D;
- São seqüências multidimensionais de números ordenadas em um número maior de dimensões .

EEG



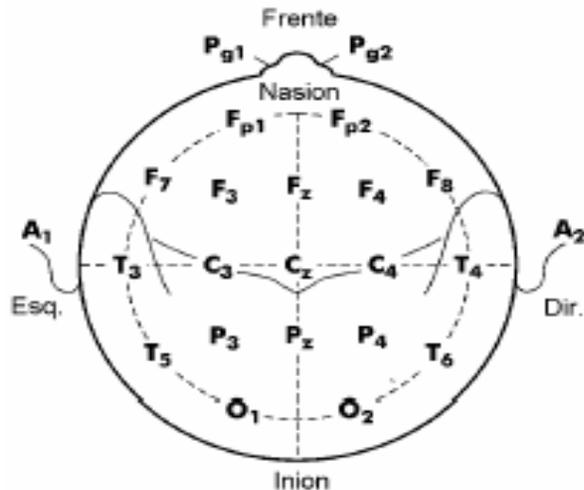
Mapeamento Cerebral



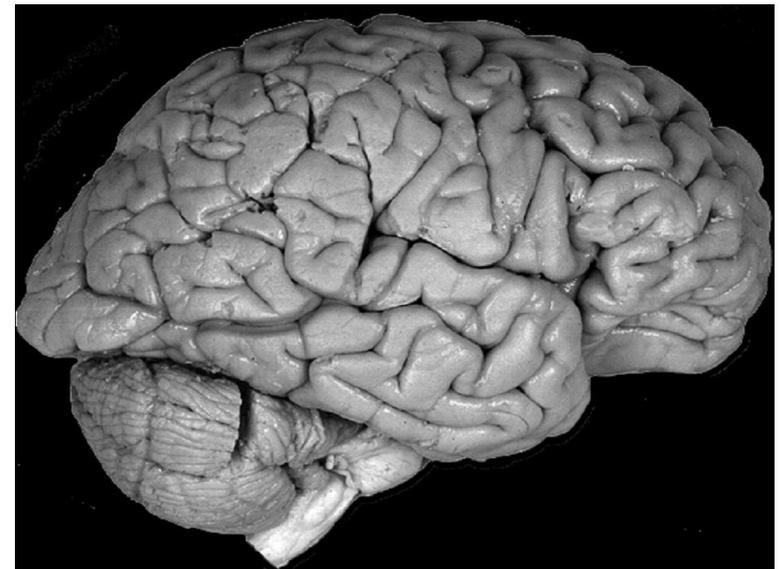
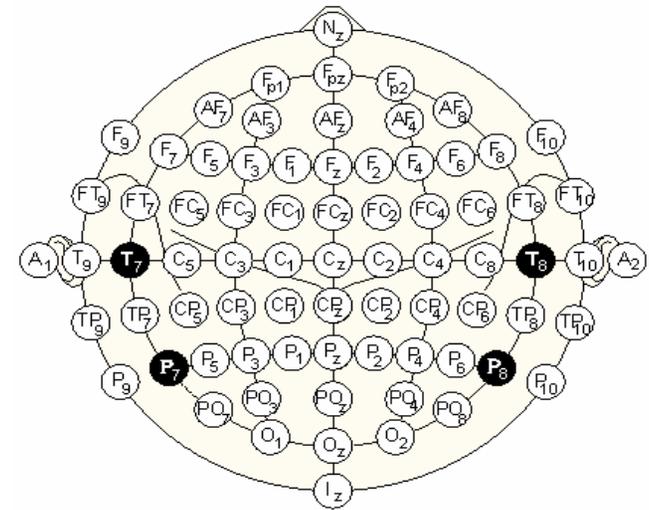
EEG Registro e operação

- A colocação dos eléctrodos de referência.
- A colocação do gel condutor.
- A calibração dos eléctrodos.
- A amplificação a que os registos ficam sujeitos.
- Os filtros utilizados.
- A resolução do sinal (no EEG digital limitada pela resolução do CAD – conversor analógico/digital).
- A taxa de aquisição do registo.

Sistema Internacional de posicionamento de eletrodos 10-20 (Hebert Jasper – 1958)



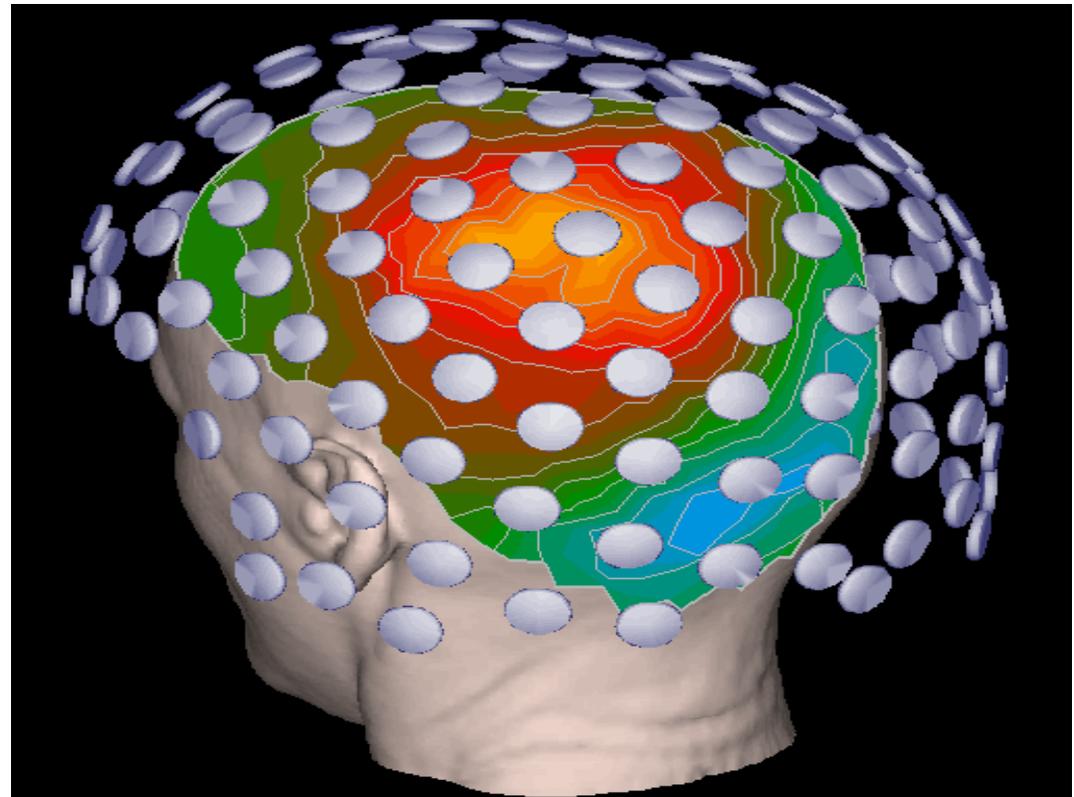
O sistema 10-10 de colocação de eletrodos.



2D :

MAPEAMENTO TOPOGRAFICO :

W. Gray Walter, em 1936, provou que se fosse usado um grande número de eletrodos sobre a pele da cabeça, era possível identificar atividade elétrica normal e anormal em determinadas áreas do cérebro



Os sinais podem ser:

- Analógicos:

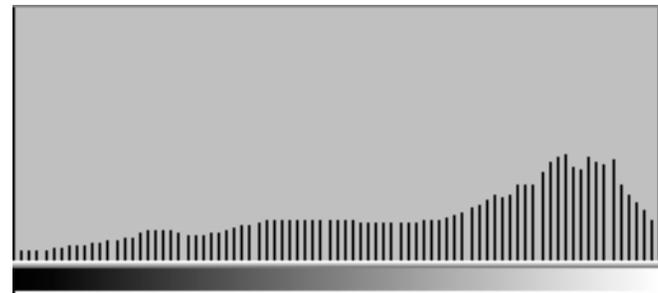
$g(t)$, onde t é um numero Real

É variável é medida continuamente

- Discretos:

$g(nT_s)$,

A variável g é medida ou amostrado em múltiplos, n , do período de amostragem T^s



- Digitais, é um sinal discreto definido em um certo intervalo e cujo valor da variável pode assumir um conjunto finito de valores (geralmente 2^n)

Com os sinais pode-se fazer além da **análise e processamento** também:

Discretização - conversão do sinal na forma contínua em uma representação discreta.

Reconstrução - processo inverso da discretização.

Codificação - a partir da representação discreta do sinal, gera um conjunto de dados representativos (dados estes que podem ser transformados no formato de arquivos).

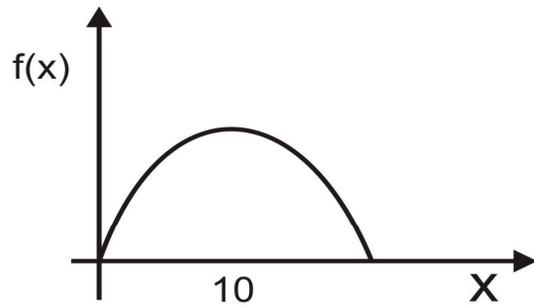
Decodificação - processo oposto à codificação no qual acessam-se informações codificadas na forma de uma representação discreta.

Discretização

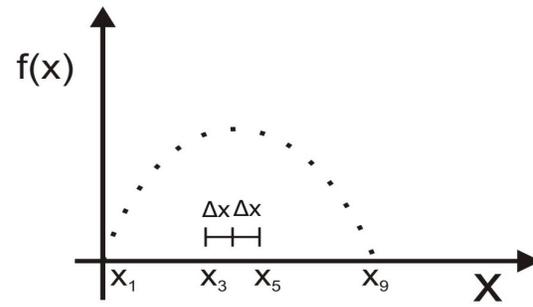
A forma de representar o mundo contínuo ou uma função contínua no computador é discretizando-a.

Reconstrução

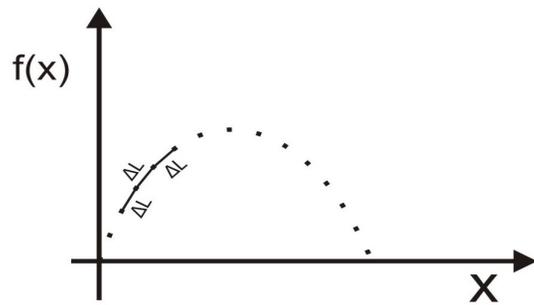
A operação que a partir dos valores discretos retorna uma aproximação do contínuo inicial é chamada de reconstrução.



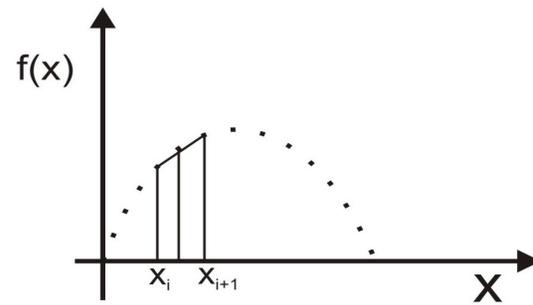
Representação Contínua



Representação Discreta a Intervalos Constantes em x



Amostragem a Intervalos Constantes em Relação a Distância entre os pontos $(x, f(x))$



Reamostragem Criando Valores Intermediários por Interpolação Linear por Pares de Valores Anteriores

Formas de Representação de um sinal $y = f(x)$.

Analógico - > Digitais

Para que sejam representadas no meio digital, seu comportamento analógico (contínuo) tem que ser convertido numa série de valores discretos (descontínuos).

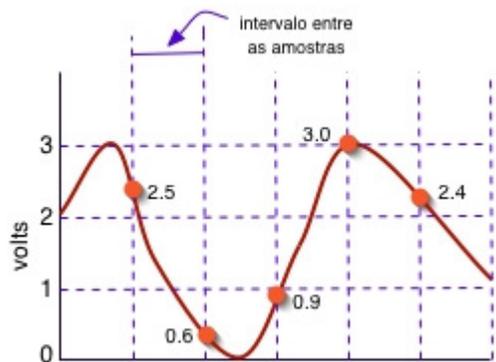
Esses valores são números (dígitos) que representam amostras (samples em inglês)

Amostragem

A conversão do sinal analógico para o digital é realizada por uma sequência de amostras da variação de voltagem do sinal original.

Cada amostra é arredondada para o número mais próximo da escala usada e depois convertida em um número digital binário (formado por "uns" e "zeros") para ser armazenado.

As amostras são medidas em intervalos fixos.



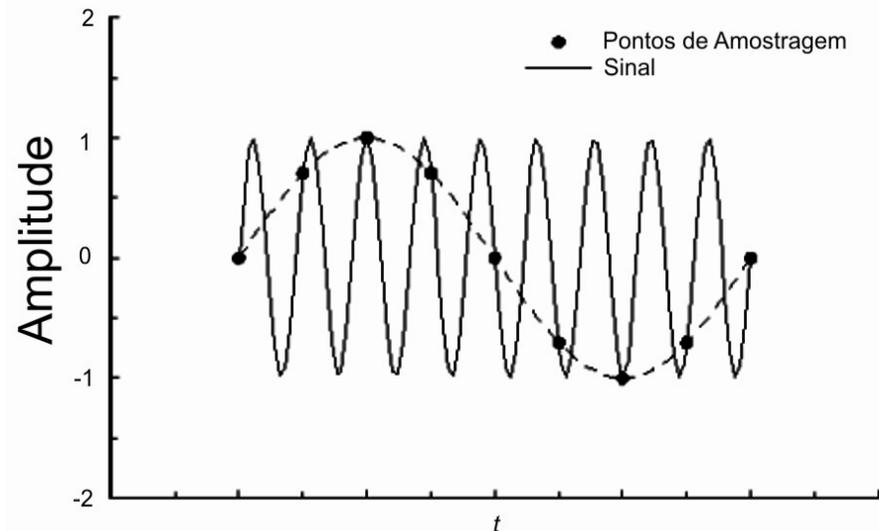
valores das amostras				
2.5	0.6	0.9	3.0	2.4
valores quantizados				
2	0	1	3	2
valores convertidos em dígitos binários				
10	00	01	11	10

O número de vezes em que se realiza a amostragem em uma unidade de tempo é a taxa de amostragem

Quando se tem equivalência entre analógico e discreto

(valores pequenos de intervalo de tempo?)

Pode ocorrer problemas quando a frequência de amostragem é inferior à frequência de Nyquist.



Pode ocorrer que o sinal digitalizado fique completamente diferente do sinal original devido a sua baixa frequência de amostragem.

Teorema de Nyquist

A taxa de amostragem deve ser pelo menos duas vezes a maior frequência que se deseja registrar.

Esse valor é conhecido como frequência de Nyquist.

Ao se tentar reproduzir uma frequência maior do que a frequência de Nyquist ocorre o fenômeno de *aliasing* (ou foldover)

Segundo o Teorema de Nyquist,

a frequência de amostragem de um sinal analógico, para que possa posteriormente ser reconstituído com o mínimo de perda de informação, deve ser igual ou maior a duas vezes a maior frequência do espectro desse sinal.

Curiosidade:

/naikwist/, em sueco: [ny:kvist];

- Nyquist nasceu em Stora Kil, distrito de Nilsby, Värmland, Suécia.

Seus pais tiveram sete filhos: Elin Teresia, Astrid, Selma, Harry Theodor, Aemelie, Olga Maria e Axel.

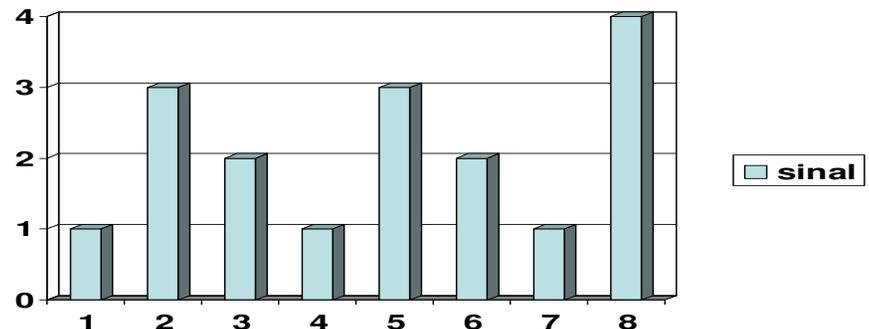
Nenhum deles foi batizado.

Imigrou para os Estados Unidos em 1907.

Processamento de sinais

- Sinais biológico são bastante complexos e alteração no nível de complexidade geralmente indica alguma anomalia.
- É importante medidas quantitativas da complexidade dos sinais que possibilitam ver suas alterações de complexidade.
- Análise da Complexidade de sinais 1D
- Biografia: cap. 6 : K. Najarian and R. Splinter, **Biomedical Signal and Image Processing** CRC Press - Taylor & Francis Group, 2006

Exemplificando:



- Se o sinal for definido pela série : x_i $i= 1, 2, 2,\dots,N$
 - » 1, 3, 2, 1, 3, 2, 1, 4
- Então $N=8$
- A **variação de primeira ordem** será: $d_i = x_i - x_{i-1}$
 - » 2, -1, -1, 2, -1, -1, 3
- A **variação de segunda ordem** será: $g_i = d_i - d_{i-1}$
 - » -3, 0, 3, -3, 0, 4

Usando o sinal, x_i , sua variação de primeira ordem, d_i , e segunda ordem, g_i , calcula-se os seguintes 3 números:

$$S_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N}}, \quad (6.3)$$

$$S_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=2}^{N-1} d_i^2}{N-1}}, \quad (6.4)$$

$$S_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=3}^{N-2} g_i^2}{N-2}}, \quad (6.5)$$

Calculando para o sinal exemplo teremos:

- Para o Somatório dos sinais consecutivos ao quadrado:
- $(1+9+4+1+9+4+1+16)/8 = 45/8$
- De modo que a primeira expressão resultará: 2,372

Calculando para o sinal exemplo teremos:

- Para o Somatório da diferença dos sinais consecutivos ao quadrado:
- $(4+1+1+4+1+1+1+9)/7 = 21/7$
- De modo que a segunda expressão resultará: 1,732

Calculando para o sinal exemplo teremos:

- Para o Somatório da diferença da diferença dos sinais consecutivos ao quadrado:
- $(9+0+9+9+0+16)/6 = 43/6$
- De modo que a terceira expressão resultará: 2,677

Complexidade do Sinal

– é definida pela expressão:

$$\text{Signal Complexity} = \sqrt{\frac{S_2^2}{S_1^2} - \frac{S_1^2}{S_0^2}} \quad (6.6)$$

Calculando para o sinal exemplo teremos:

Complexidade do Sinal

=1,312

Mobilidade do Sinal

$$\text{Signal Mobility} = \frac{S_1}{S_0} \quad (6.7)$$

These two measures are heavily used in biomedical **signal** processing, especially in processing of EEGs, ECG, and electromyograms (EMGs) signals as described in Part II of this book.

Calculando para o sinal exemplo teremos:

Mobilidade do Sinal

$$= 0,730$$



Sonoros de voz:



speech signals

- The features extracted from the sound content of an arbitrary video can be divided by its duration as short or long terms.
- For the long ones, a window is used, such a window range for some frames.
- The interval or width of this window must be well defined in order to correctly characterize speech signals [3].
- A preprocessing was realized in order to define properly this duration interval or the window length: L .
- Some of the sound features are computed in the time domain and others are computed in the frequency domain using a Discrete Fourier Transform (DFT).

The feature **Zero Crossing Rate (ZCR)**

is defined by the number of signals changes in Equation (1):

$$ZCR = \frac{1}{M-1} \sum_{m=0}^{M-1} | \text{sign}(x(m)) - \text{sign}(x(m-1)) | \quad (1)$$

where M is the number of samples in the window and $\text{sign } x(m) = 1$ if $x(m) > 0$ as well as $\text{sign } x(m) = 0$ if $x(m) < 0$. This feature, regarding an adequate window, can identify voice in an arbitrary sound

The **Delta Spectrum Magnitude (DSM)**

is defined by Equation (2). It is used to characterize music and is obtained from:

$$DSM = \frac{1}{(N-1)(K-1)} \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{K-1} [\log A(n, k\delta) - \log(A(n-1), k) + \delta]^2 \quad (2)$$

where N is the total number of frames, K is the number of element on the DFT, δ is a value used for avoid overflow

Cont.

and $A(n, k)$ is given by Equation (3):

$$A(n, k) = \left| \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)w(nL - M) e^{-j\left(\frac{2\pi}{L}\right)km} \right| \quad (3)$$

where k is the frequency of frame n , $x(m)$ is the signal value of the sonorous signal of the video, $w(m)$ is a function of the window length (L).

The Root Mean Square (RMS)

value measures the signal energy and is defined by Equation (4):

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} x^2(m)} \quad (4)$$

where M is the number of samples and $x(m)$ is the signal of the sound.

The Short Time Average Energy (STE)

shown in Equation (5),

$$STE = \sum_{m=0}^{M-1} x^2(m) \quad (5)$$

is a simple and vastly used feature for audio segmentation

The **High Feature-Value Ratio** (HFVR)

is also vastly employed to differentiate voice and music in an audio file and is defined by Equation (6):

$$HFVR = \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} [\sin(ZCR(n) - 1,5avZCR) + 1]$$

where N is the total number of frames considered and $avZCR$ is the average of the ZCR of the considered window.

the **Low Feature-Value Ratio (LFVR)**

was used to characterize silence and background noises and is given by Equation (7):

$$LFVR = \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} [\sin(0,5avSTE - STE(n)) + 1] \quad (7)$$

where $avSTE$ is the average STE in the total number of frames considered.

The Energy Band Ratio (BER)

considers the energy of a specific frequency band f_i . It can be computed by the Fourier Transform of the signal using different Fast Fourier Transform approaches. The frequency spectrum in Equation (8) was divided in 4 sub bands.

$$BER = \frac{\sum_n^h f_i(n)}{\sum_{n=0}^N f_i(n)} \quad (8)$$

where $h = N/4$ [3]. These seven characteristic are used normalized (that is rescale from 0 to 1) to form the feature vector related to sound and associated with each frame.

Em sinais 2D ou nD

- Essas medidas podem ser computadas para cada um dos múltiplos canais.
- Em imagens podem fazer sentido computá-los, para a direção horizontal e vertical

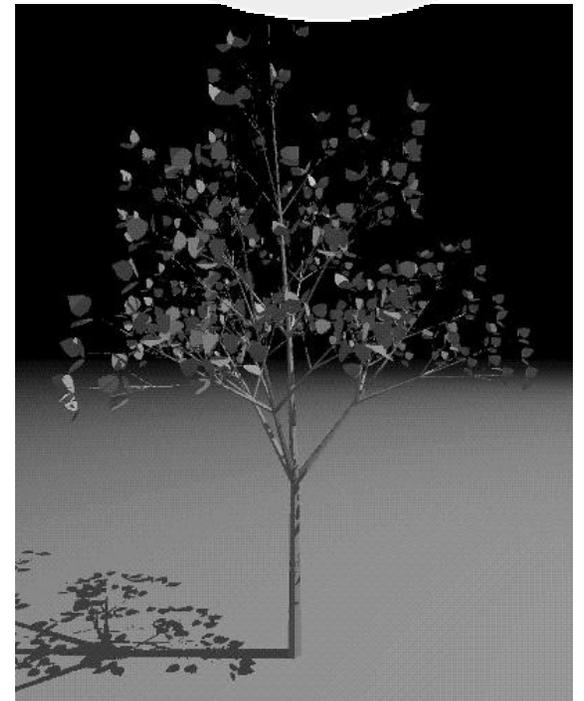
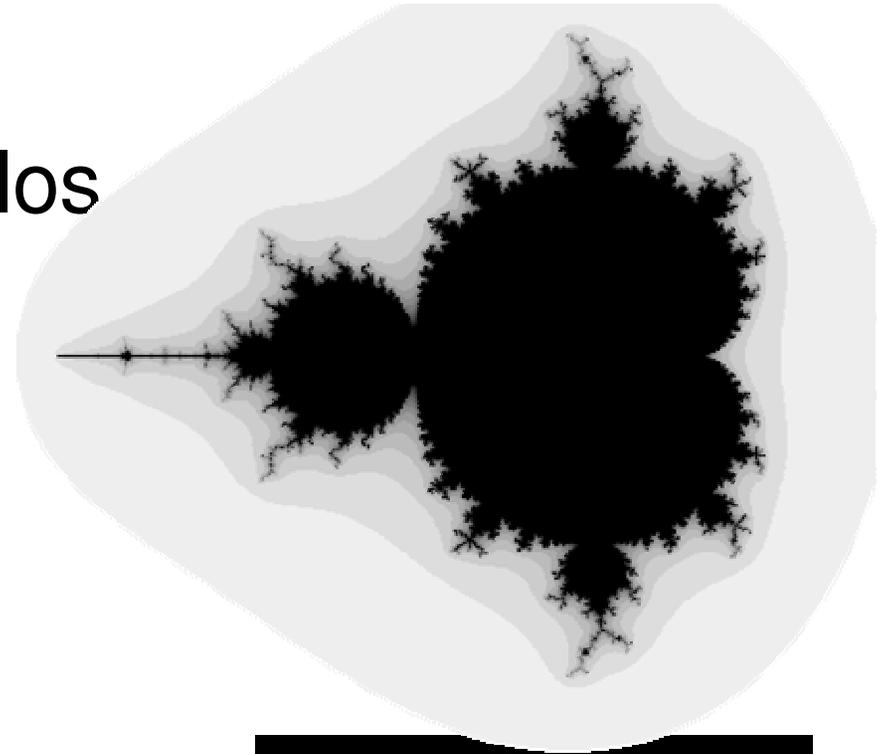
Geometria Fractal

- Estuda subconjuntos complexos de espaços métricos.
- Na geometria de fractais determinísticos, os objetos estudados são subconjuntos gerados por transformações geométricas simples do próprio objeto nele mesmo.
- O objeto fractal é composto por partes reduzidas dele próprio

exemplos

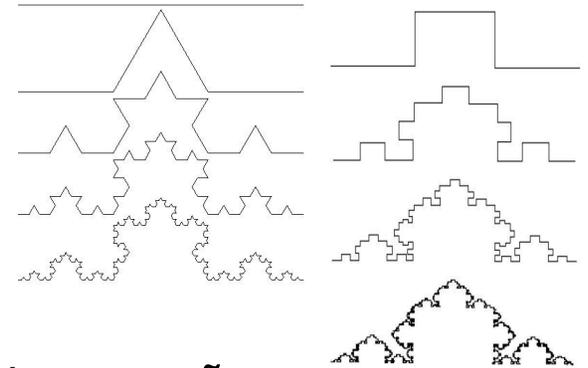


Randomicos x deterministicos

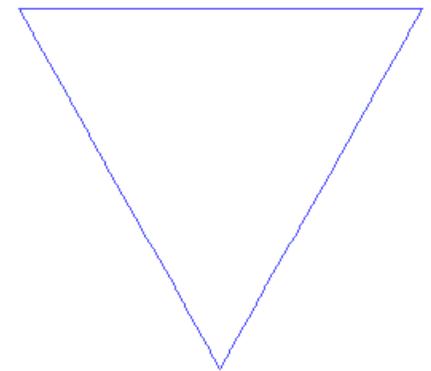


Exemplos determinísticas

Curvas de KOCH:

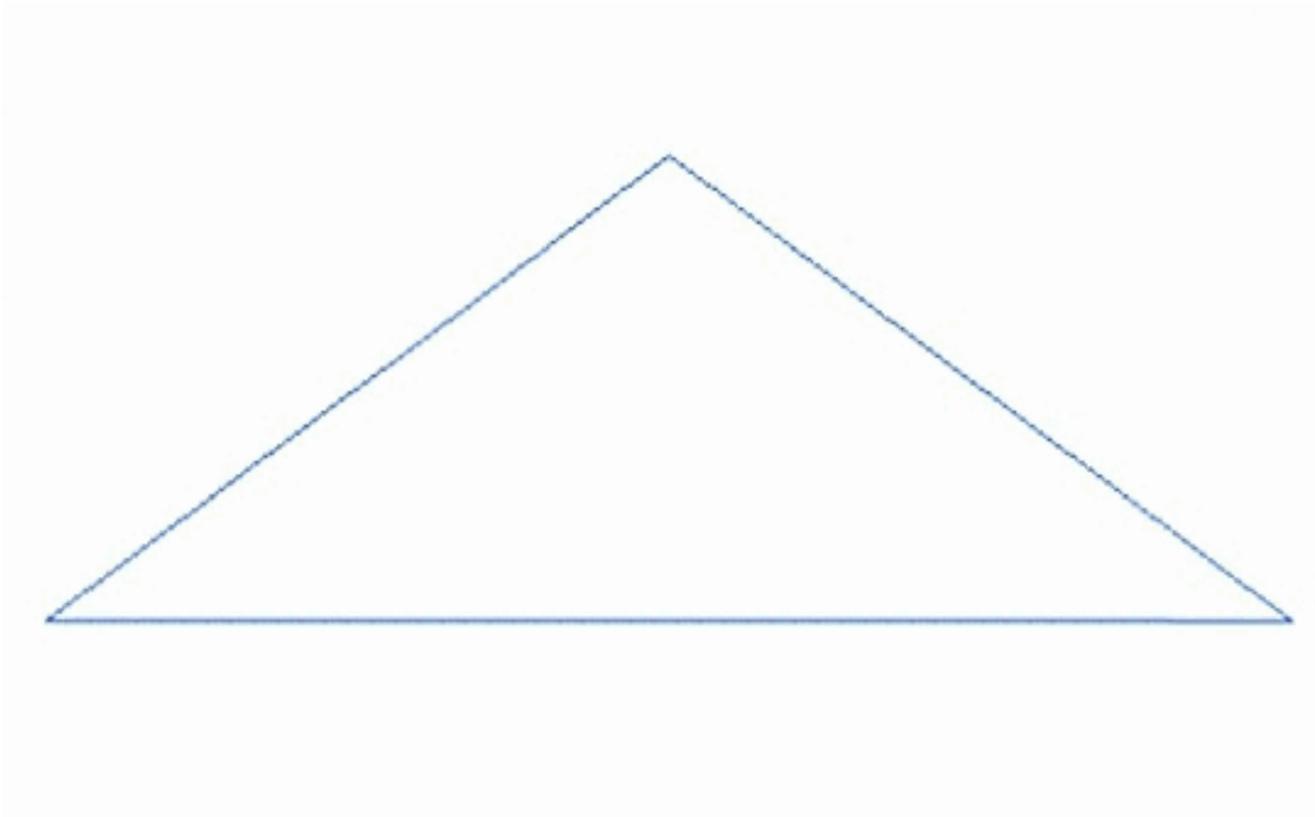


- Proposta por Von Koch em 1904, tem a seguinte geração:
- desenhe uma linha e a divida em 3 partes iguais
($d = 1/3 * r$, onde d = escala da reta e r = comprimento inicial)
depois faça o terço central da reta ser substituindo por :
 - 2 pedaços, repita o processo infinitamente (tridaic)
 - ou
 - 3 pedaços, repita o processo infinitamente (quadric)



Fractais para gerar objetos naturais

- Montanha fractal



Dimensão Euclidiana – objetos euclidianos

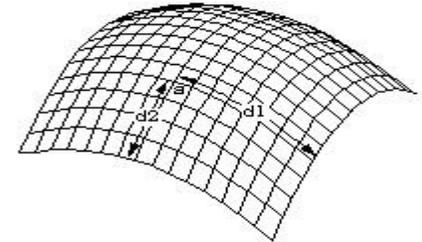
- Um objeto de 1 dimensão (por exemplo uma linha), pode ser dividido em N partes , cada parte será idêntica a anterior multiplicada por um fator elevado a 1:

$$(r = 1 / N \text{ e } N * r^1 = 1).$$

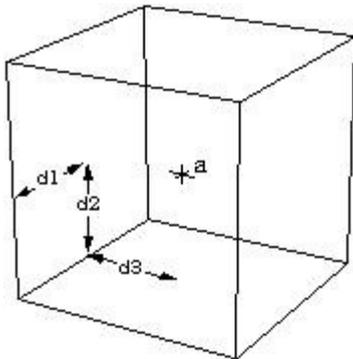


- Um objeto de 2 dimensões (por exemplo um quadrado), cada parte será idêntica a anterior multiplicada por um fator elevado a 2:

$$(r = 1 / N \text{ e } N * r^2 = 1).$$



- Um objeto de 3 dimensões (por exemplo um cubo), cada parte será idêntica a anterior e a original multiplicada por um fator elevado a 3:



$$(r = 1 / N \text{ e } N * r^3 = 1)$$

Pode-se então repensar a definição de Dimensão Euclidiana para que seja

Um objeto terá dimensão d , se ao ser dividido em N partes, cada parte será idêntica a anterior multiplicada por um fator de escala r elevado a d :

$$r = 1/N \quad \text{e} \quad N * r^d = 1$$

$$\text{Ou } N = 1 / r^d = (1/r)^d$$

- Aplicando **log** em ambos os lados:

$$\log N = \log (1/r)^d$$

$$\log N = d \log (1/r)$$

$$d = \log N / \log (1/r)$$

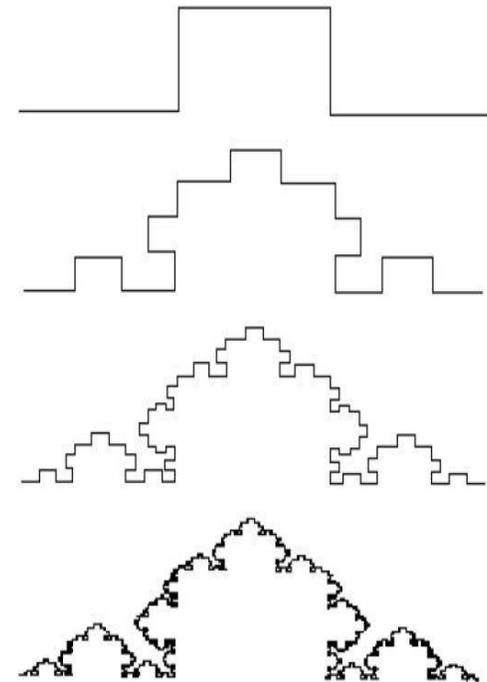
Dimensão fractal - $DF = \log N / \log (1/r)$

Mede o quanto é
complexa a fractal em
relação ao espaço
Euclidiano a que
pertence

Curva quádrada de Koch

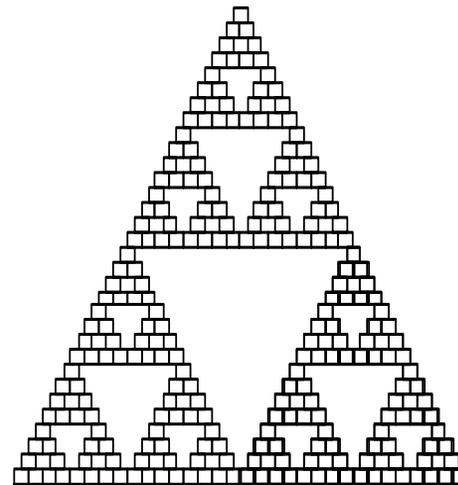
$$DF = \log 5 / \log (3) =$$

1,4649735207179271671970404076786



Dimensão fractal $DF = \log N / \log (1/r)$

Triângulo de Sierpinski



DF do Triângulo de Sierpinski:

$$DF = \log 3 / \log 2 =$$

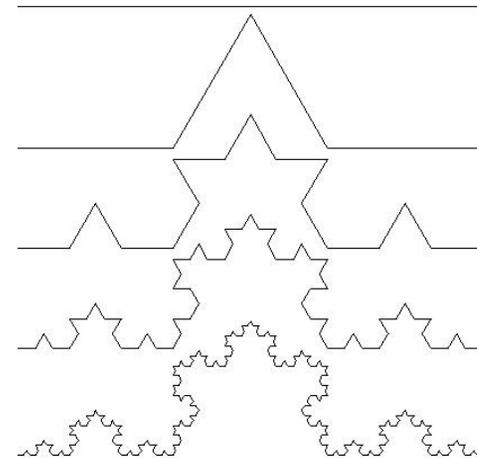
1,5849625007211561814537389439478

Dimensão fractal $DF = \log N / \log (1/r)$

- **Curva triadic de Koch**

$$DF = \log 4 / \log (3) =$$

1,2618595071429148741990542286855

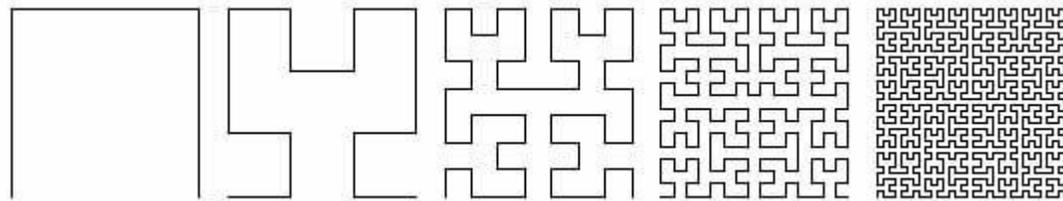


Curva de Peano.

- Conhecida também como "curva de Hilbert" é mostrada na figura abaixo

Dimensão fractal $DF = \log N / \log (1/r)$

$$DF = \log 4 / \log (2) = 2$$



Dimensão Euclidiana – objetos euclidianos

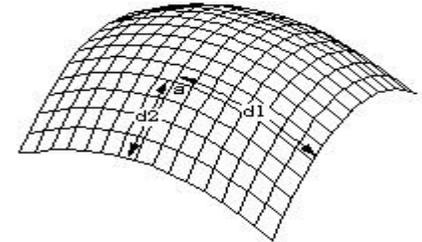
Um objeto de 1 dimensão (por exemplo uma linha),
pode ser dividido em N partes , cada parte será idêntica a anterior multiplicada
por um fator elevado a 1:

$$(r = 1/N \quad e \quad N * r^1 = 1).$$

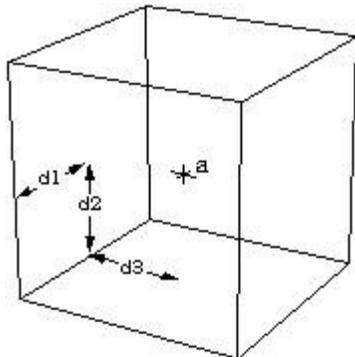


- Um objeto de 2 dimensões (por exemplo um quadrado), cada parte será idêntica a anterior multiplicada por um fator elevado a 2:

$$(r = 1/N \quad e \quad N * r^2=1).$$



- Um objeto de 3 dimensões (por exemplo um cubo), cada parte será idêntica a anterior e a original multiplicada por um fator elevado a 3:



$$(r = 1/N \quad e \quad N * r^3=1)$$

Pode-se então repensar a definição de Dimensão Euclidiana para que seja

Um objeto terá dimensão d , se ao ser dividido em N partes, cada parte será idêntica a anterior multiplicada por um fator de escala r elevado a d :

$$r = 1/N \quad \text{e} \quad N * r^d = 1$$

$$\text{Ou } N = 1 / r^d = (1/r)^d$$

- Aplicando log em ambos os lados:

$$\log N = \log (1/r)^d$$

$$\log N = d \log (1/r)$$

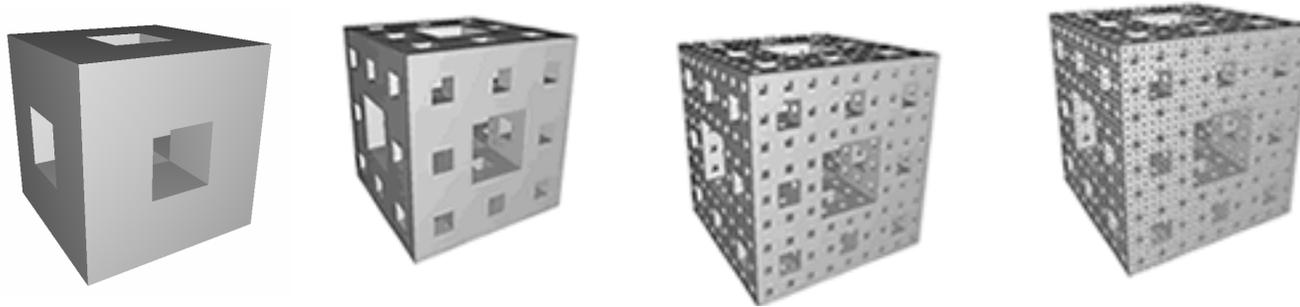
$$d = \log N / \log (1/r)$$

Curiosidades

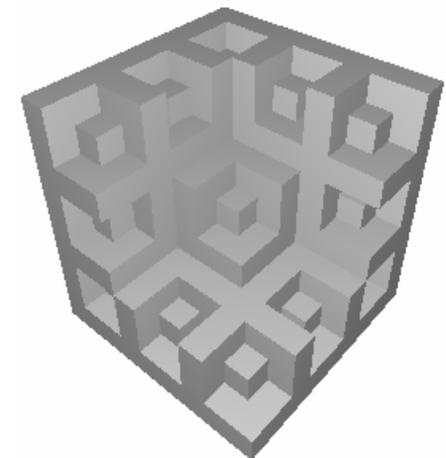
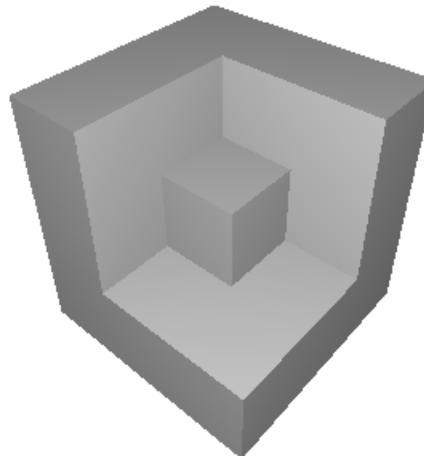
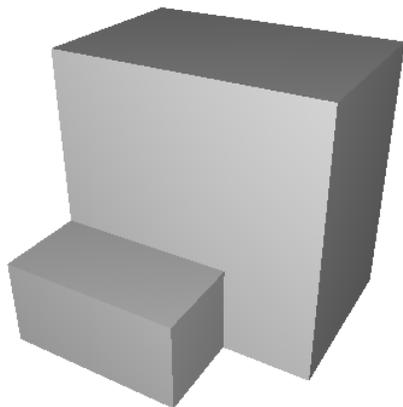
- Benoit Mandelbrot introduziu o termo Fractal em 1975 para denominar uma classe especial de curvas definidas recursivamente que produziam imagens reais ou não.
- Ou seja: Uma estrutura geométrica ou física tendo uma forma irregular ou fragmentada em todas as escalas de medição.

Fractais podem ser caracterizadas pela DF, mas outros ela não caracteriza unicamente um objeto fractal

- Dimensão fractal = fracionaria

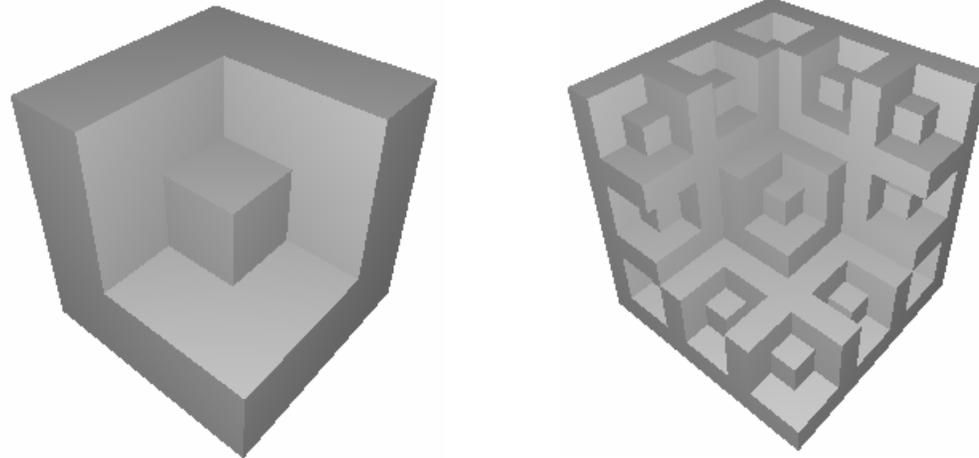


$$FD \left(\text{[Sierpinski cube]} \right) = FD \left(\text{[stack of 20 sub-cubes]} \right) = \frac{\log(20)}{\log(3)} \cong 2,73$$



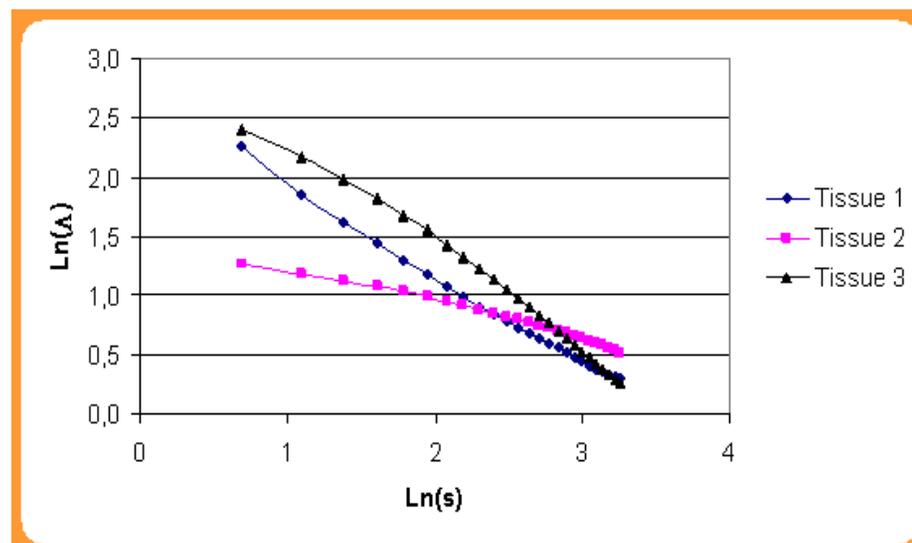
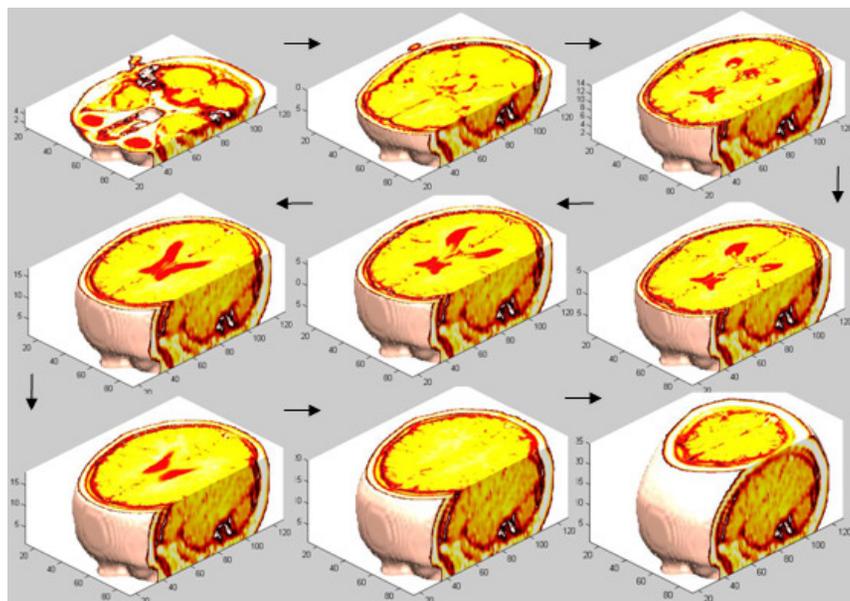
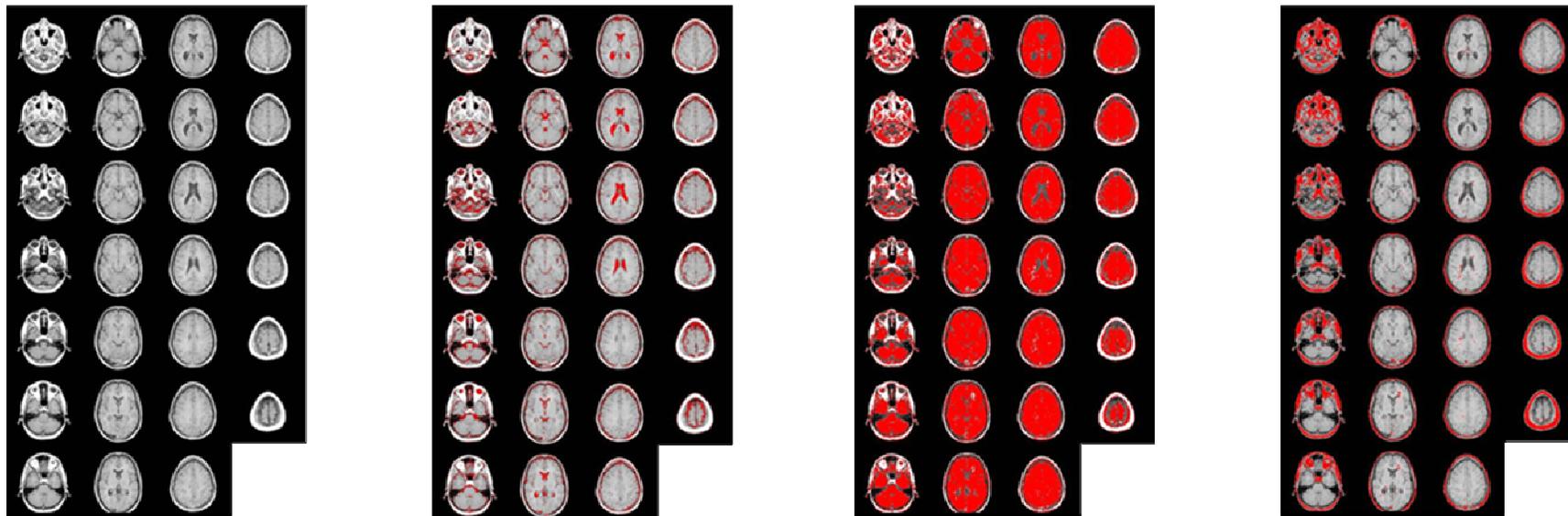
Lacunaridade e Sucularidade tambem podem ser preciso

- Local Lacunarity (LL)



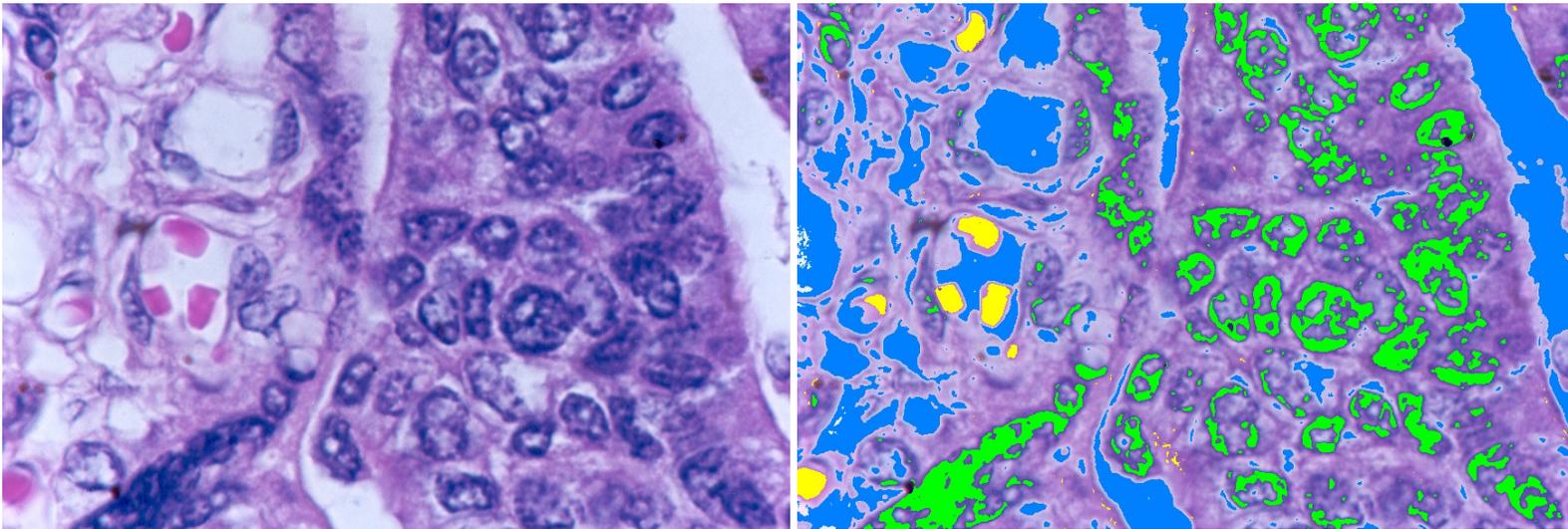
$$\Lambda(s) = \frac{\sum_{i=1}^N M^2 Q(M, s)}{\left(\sum_{i=1}^N M Q(M, s) \right)^2}$$

Brain lacunarity of MRI images – HUAP / UFF Medical Center



Biomedical Images UFPE (Medicina)

- **Metástase de Cancer de placenta**
- **3 clusters: cancer, placenta e Trofoblasto.**
- Ao leste está o câncer, ao oeste está a placenta, e ao sudoeste está o trofoblasto. No meio da imagem, encontra-se uma fenda e uma interação entre o câncer e a placenta;
- O objetivo do estudo seria basicamente segmentar os núcleos tanto do feto (placenta) quanto do Câncer para comparar alguns atributos como área, perímetro, textura, heterocromatina/eucromatina.



DF para sinais

- Diversas aproximações em 1D e 2D
- Para 1D é muito usada a DF proposta por Takeo Higuchi
- Seção 6.2.2 do livro do curso p. 113:

Dimensão de Takeo Higuchi

6.2.2 FRACTAL DIMENSION

Fractal dimension, which is frequently used in analysis of biomedical signals such as EEGs and ECGs, is a nonlocal measure that describes the complexity of the fundamental patterns hidden in a signal. Fractal dimension can also be considered a measure of the self-similarity of a signal. Assume we have printed a signal on a piece of paper and have a number of magnifiers with different zoom powers. First, we look at the entire signal without a magnifier and observe the signal pattern. Then, we focus only on a portion of the signal and use a magnifier. In biological and biomedical signals, we often notice that the observed pattern viewed with the magnifier has a high degree of similarity to the entire signal. If we continue focusing on smaller and smaller portions of the signal using magnifiers with higher and higher zoom powers, we observe more or less similar patterns. This proves the self-similarity of the biomedical signals. Fractal dimension is a measure that quantitatively assesses the self-similarity of a signal. Since almost all biomedical signals are to some degree self-similar, evaluating the fractal dimension allows us to distinguish between the healthy and diseased signals.

Dimensão de Takeo Higuchi

In the **signal** processing literature, several methods are introduced to estimate the fractal dimension. Among all the fractal-based **complexity** measures, the Higuchi algorithm is one of the most accurate and efficient methods to estimate self-similarity. Here, we briefly describe the estimation of fractal dimension using the Higuchi algorithm.

From a time-series X with N points, first a set of k subseries with different resolutions are formed; that is, a set of k new time series X_k^m are defined as

$$X_k^m : x(m), x(m+k), x(m+2k), \dots, x\left(m + \left[\frac{N-m}{k}\right]k\right) \quad (6.8)$$

where m indicates the initial time indices ($m = 1, 2, 3, \dots, k$). The length of the curve X_k^m , $l(k)$, is then calculated as

Dimensão de Takeo Higuchi

- Nesta expressão do nosso livro texto há um erro de notação. A expressão correta é a dada ao lado.
- k representa a resolução do sinal da sub série
- m representa o início da sub série
- O último termo indica que não faz sentido ter sub séries com $m > k$

Consider $x(1), x(2), \dots, x(N)$ the time sequence to be analyzed. Construct k new time series x_m^k as

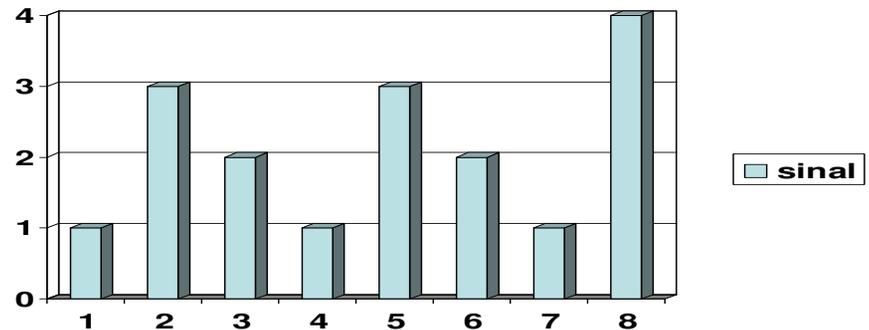
$$x_m^k = \left\{ x(m), x(m+k), x(m+2k), \dots, x\left(m + \left\lfloor \frac{N-m}{k} \right\rfloor k\right) \right\}, \quad \text{for } m = 1, 2, \dots, k$$

where m indicates the initial time value, k indicates the discrete time interval between points (delay), and $\lfloor a \rfloor$ means integer part of a . For each of the curves or time series x_m^k constructed, the average length $L_m(k)$ is computed as

$$L_m(k) = \frac{\sum_{i=1}^{\lfloor (N-m)/k \rfloor} |x(m+ik) - x(m+(i-1)k)| (i-1)}{\left\lfloor \frac{N-m}{k} \right\rfloor k} \quad (\text{N-1})$$

where N is the total length of the data sequence x and $(N-1)/\lfloor (N-m)/k \rfloor k$ is a normalization factor. An average length is computed for all time series having the same delay (or scale) k , as the mean of the k lengths $L_m(k)$ for $m = 1, \dots, k$. This procedure is repeated for each k ranging from 1 to k_{\max} ,

Exemplificando:

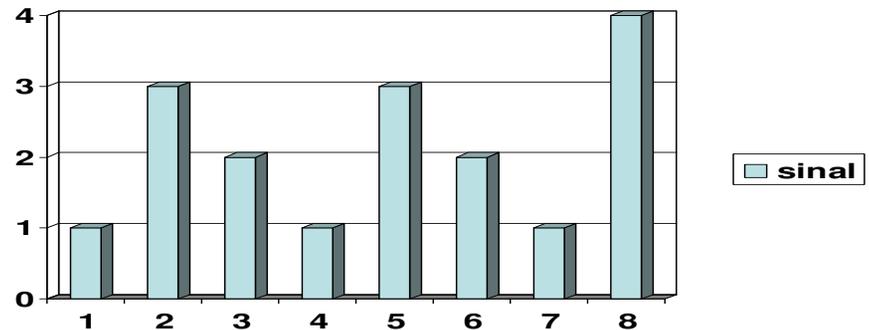


- Se o sinal for definido pela série $x(k,m):=x(1,1)$:
 - » 1, 3, 2, 1, 3, 2, 1, 4
- Então $N=8$
- Com resolução $k = 2$ as sub séries possíveis são
- $x(k,m):=x(2,1)$: 1, 2, 3, 1,
- $x(k,m):=x(2,2)$: 3, 1, 2, 4
- Com resolução $k = 3$ as sub séries possíveis são
- $x(k,m):=x(3,1)$: 1, 1, 1
- $x(k,m):=x(3,2)$: 3, 3, 4
- $x(k,m):=x(3,3)$: 2, 2,

Dimensão de Takeo Higuchi

- Depois de se definir as series, passa-se a entendê-las como curvas e calcula-se seu comprimento nas diversas resoluções e a partir de todos os possíveis pontos de início.
- *Os comprimentos das curvas não normalizadas, é dado pelas somatórias das diferenças entre os valores de elementos consecutivos em módulo .*
- *Como os números de elementos das séries e suas distâncias são diferentes, esses comprimentos devem depois ser normalizados .*

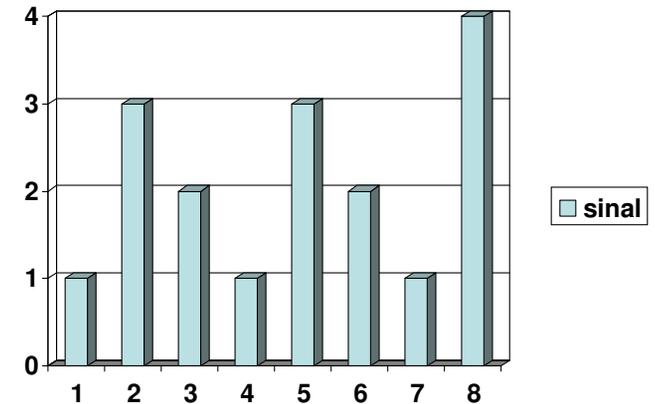
No exemplo:



- Para a série de resolução 1 temos o comprimento $L(k,m) := L(1,1)$:
» $2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 3 = 11$
- Com resolução $k = 2$ os cumprimentos das sub séries possíveis são
 $L(k,m) := L(2,1) : 1 + 1 + 2 = 4$
 $L(k,m) := L(2,2) : 2 + 1 + 2 = 5$
- O fator de normalização de cada uma delas é $7/7$; $7/6$ e $7/6$ respectivamente
- Na resolução $k=2$ faz-se uma média de modo que $L(2) = 4,5 \times 7/6 = 5,25$

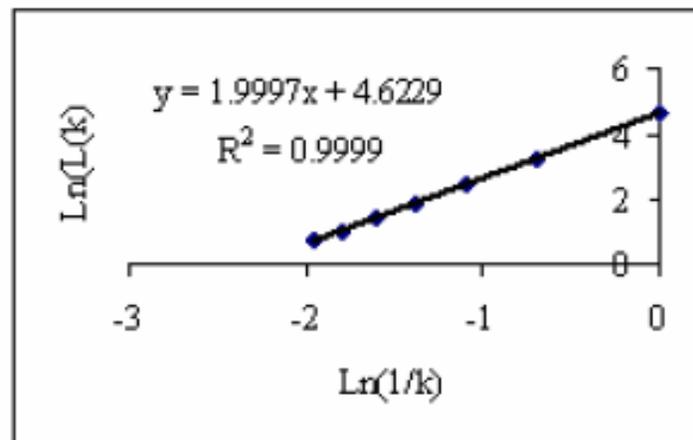
No exemplo:

- com os valores de k e $L(k)$ plota-se os gráficos de $\log L(k) \times \log k$ ou $\ln L(k) \times \ln k$ e ajusta-se a melhor reta para os diversos valores.
- a inclinação desta reta será a dimensão fractal pelo algoritmos de Higuchi, ou dimensão de Higuchi



k	$L(k)$	$\ln(k)$	$\ln L(k)$	$\text{Log}(k)$	$\text{Log } L(k)$
1	11	2,39	0	1,04	0
2	5,25	1,65	0,693	0,72	0,301

A dimensão é obtida de gráficos como



Entropia

Unidade de informação:

- A informação é modelada como um processo probabilístico sendo tratada como um evento aleatório, E .
- Sua ocorrência é definida com $p(E)$ que também representa a sua probabilidade.
- Em um dado, E é o valor que um elemento de uma serie de dados possui e $p(E)$ o número de valores deste mesmo dado dividido pelo número total de medições do dado.

Incerteza ou entropia

quantidade média de
informação perdida:

$$H(Pa) = -\sum_{i=1}^J p(a_j) \log p(a_j)$$

Entropia de um dado

$$H(z) = - \sum_{j=1}^J P(a_j) \cdot \log P(a_j)$$

Considere o sinal digital abaixo com 32 amostras para exemplo de cálculo.

4	4	4	4	64	64	128	128
4	4	4	4	64	64	128	128
4	4	16	16	128	128	128	128
4	4	16	16	128	128	128	128

Contando a ocorrência de cada valor

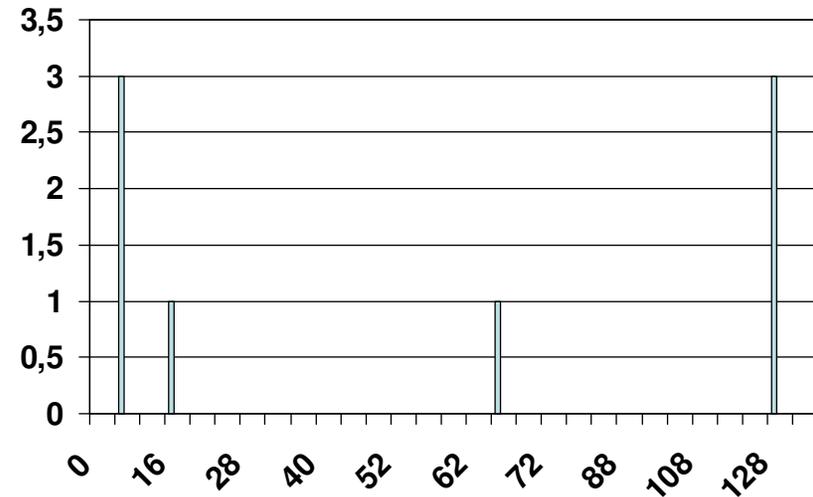
	Total:	Probabilidade:
4	12	$12 / 32 = 3 / 8$
16	4	$4 / 32 = 1 / 8$
64	4	$4 / 32 = 1 / 8$
128	12	$12 / 32 = 3 / 8$

calculando

- $H(z) = -P(4) * \log_2(P(4)) - P(16) * \log_2(P(16)) - P(64) * \log_2(P(64)) - P(128) * \log_2(P(128))$
- $H(z) = -[3/8 * \log_2(3/8) + 1/8 * \log_2(1/8) + 1/8 * \log_2(1/8) + 3/8 * \log_2(3/8)] =$
- $H(z) = -[3/4 * \log_2(3/8) + 1/4 * \log_2(1/8)] =$
- $H(z) = -[3/4 * (\log_2(3) - \log_2(8)) + 1/4 * (\log_2(1) - (\log_2(8)))]$
- $H(z) = -[3/4 * (\log_2(3) - 3) + 1/4 * (0 - 3)] =$
- $H(z) = -[3/4 * (\log(3)/\log(2) - 3) - 3/4] =$
- $H(z) = -3/4 [(\log(3)/\log(2) - 3) - 1] =$
- $H(z) = -3/4 [(\log(3)/\log(2) - 4)] = 1.81 \text{ bits/pixel}$

Histograma

- É uma característica estatística do dado
- Se r é um dos valores possíveis que vai de $[0, G-1]$, chamamos de $n(r)$ a frequência deste valor, e N o número total de valores do dado, assim a frequência normalizada de cada valor será: $n(r)/N$
- **O gráfico de $n(r)$ x r** é chamado de histograma
- Dividido pelo número total de valores N tem-se o histograma normalizado.
- No exemplo anterior teríamos:



referencias

- ***Marcilene. S. FONSECA, Érick Oliveira RODRIGUES, Angel SANCHEZ and Aura CONCI, Mining videos based on color, shape and sound content, th International Workshop on Multimedia and Signal Processing - STU FEI, April 22-23, 2015, Smolenice castle, Slovakia, [Redžúr 2015](#)***